UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Algebra Lineare) — Scritto del 4/6/05 — Quesiti

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. Esibire vettori non nulli e distinti $v_1, v_2, v_3, v_4 \in \mathbb{R}^2$ che generino $\mathbb{R}^2$ e tali che (v_1, v_2) e (v_3, v_4) non siano basi di $\mathbb{R}^2$.

2. Siano $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x+y \\ x-y \end{pmatrix}$ e $\mathcal{B} = (e_1 + 2e_2, e_1 + e_2)$. Trovare $[f]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}$.

3. Risolvere $\begin{cases} x - y + 2z & = & 1 \\ x + y - z & = & 2 \\ 2x + y + 3z & = & 7 \end{cases}$.

4. Calcolare $\det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & i \\ -i & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & i & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

5. Esibire il vettore di $\mathbb{C}^2$ ortogonale a $(1+i, 3+2i)$ e avente somma delle coordinate 1.

6. Provare che l'applicazione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = \sqrt{|x \cdot y|}$ non è lineare.

7. Trovare equazioni cartesiane per $e_2 + \mathrm{Span}(e_1 + e_3, 2e_1 + e_4) \subset \mathbb{R}^4$.

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Questo foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Questo foglio va consegnato alla fine della prima ora. Durante la prima ora non è concesso alzarsi né chiedere chiarimenti. Durante la prima ora sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e la cancelleria.

1. ♡ 2. ♣ 3. ♠ 4. ◇ 5. ◇ 6. ♠ 7. ♠ 8. ◇ 9. ♣ 10. ♡

Matematica II (Algebra Lineare) — Scritto del 4/6/05 — Esercizî

1. Per $t \in \mathbb{R}$ siano $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $C_t = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ t \end{pmatrix}$, visti come sottospazî affini di dimensione 0 di $\mathbb{R}^3$. Siano $E = A + B$, $F_t = B + C_t$, $G_t = A + B + C_t$ (somma di sottospazî affini). Sia V l'ortogonale al sottospazio vettoriale associato ad E.

(A) (2 punti) Esprimere G_t in forma cartesiana ed in forma parametrica.

(B) (3 punti) Dire se esistono valori di t per cui i sottospazi vettoriali associati ad E ed a F_t sono ortogonali tra loro.

(C) (2 punti) Esprimere V in forma parametrica.

(D) (2 punti) Calcolare la dimensione di $G_t \cap V$ e di $G_t + V$.

(E) (3 punti) Trovare una base ortonormale dello spazio vettoriale associato a $G_t + V$ il cui primo elemento stia in V.

2. Per $z \in \mathbb{C}$ sia $A_z = \begin{pmatrix} 0 & z & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 8 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(A) (3 punti) Trovare tutti i valori di z per cui A_z non è diagonalizzabile.

(B) (2 punti) Trovare tutti gli autovettori di A_0.

(C) (2 punti) Trovare un autovettore reale di A_1.

(D) (2 punti) Dire se esista una matrice B invertibile tale che $B^{-1} \cdot A_1 \cdot B = A_{-1}$.

(E) (3 punti) Trovare i valori di z per cui A_z ha un autovalore reale.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Algebra Lineare) — Scritto del 4/6/05 — Quesiti

Risposte esatte

5. $\diamondsuit$

1. $e_1, -e_1, e_2, -e_2$.

2. $\begin{pmatrix} -5 & -3 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}$.

3. $x = 1,\ y = 2,\ z = 1$.

4. $2 + 6i$.

5. $\left(\frac{8-i}{5}, \frac{-3+i}{5}\right)$.

6. $f(-1,-1) = 1 \neq -1 = -f(1,1)$.

7. $x_2 = 1,\ x_1 = x_3 + 2x_4$.

1. $\heartsuit$ 2. $\clubsuit$ 3. $\spadesuit$ 4. $\diamondsuit$ 5. $\diamondsuit$ 6. $\spadesuit$ 7. $\spadesuit$ 8. $\diamondsuit$ 9. $\clubsuit$ 10. $\heartsuit$