



 Matematica III — Quiz del 15/02/03

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. La curva $\alpha : [0, 4\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da $\alpha(t) = (\cos(t), \sin(t), \sin(t/2))$ è semplice e chiusa? V / F
2. Siano C il cilindro in \mathbb{R}^3 di equazione $x^2 + y^2 = 1$, ω una 1-forma chiusa su C , e α una curva chiusa contenuta in C . Può essere $\int_{\alpha} \omega \neq 0$? V / F
3. Se $f_n : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $\sum \|f_n\|_{[-1,0]} < \infty$ e $\sum \|f_n\|_{[0,1]} < \infty$, si ha $\sum \|f_n\|_{[-1,1]} < \infty$? V / F
4. Se $f = u + iv$ è olomorfa in 0 e $f'(0) \neq 0$, è vero che $J \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$ in 0 è una rotazione? V / F
5. La $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(t) = (|t| - \pi)^2$ è ovunque somma della sua serie di Fourier? V / F
6. Se $\alpha(t) = (\cos(t), \sin(t), 2\cos(t))$ per $t \in [0, 2\pi]$ e $\omega = xy dz$, quanto fa $\int_{\alpha} \omega$?
 A 0. B 1. C π . D 2π .
7. Se $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 = y^2 + z^2, 0 \leq x \leq 1\}$, quale $\alpha : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$ parametrizza $\partial\Sigma$?
 A $\alpha(t) = (\cos t, 0, \sin t)$. B $\alpha(t) = (\cos t, 1, \sin t)$.
 C $\alpha(t) = (0, \cos t, \sin t)$. D $\alpha(t) = (1, \cos t, \sin t)$.
8. A quale dei seguenti sistemi equivale l'equazione $x'' = 4x^2t + t^2$?
 A $\begin{cases} u' = v'' \\ v' = 4(u'')^2t + t^2 \end{cases}$ B $\begin{cases} u' = u \\ v' = 4v^2t + t^2 \end{cases}$ C $\begin{cases} u' = v \\ v' = 4u^2t + t^2 \end{cases}$ D $\begin{cases} u' = 4u^2t + t^2 \\ v' = u \end{cases}$
9. Sia $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $x'' = x' + 2x$, $x(0) = 0$, $x'(0) = 3$. Siano $\ell_{\pm} = \lim_{t \rightarrow \pm\infty} x(t)$. Allora:
 A $\ell_+ = \ell_- = -\infty$. B $\ell_+ = -\ell_- = +\infty$. C $\ell_+ = -\infty$, $\ell_- = 0$. D $\ell_+ = -\ell_- = -\infty$.
10. Sia $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ tale che $a_{n+2} = 2a_n - a_{n+1}$, $a_0 = 3$, $a_1 = 0$. Quale è vera su a_{100} ?
 A È negativo. B È dispari. C È divisibile per 4. D Nessuna delle precedenti.
11. Se $z = x + iy$, quanto fa la parte reale di $\cos(2z)$?
 A $(1 - 2\cos^2 x) \cosh 2y$.
 B $(1 - 2\cos^2 y) \cosh 2x$. C $(1 - 2\sin^2 x) \cosh 2y$. D $(1 - 2\sin^2 y) \cosh 2x$.
12. Quanto fa $\frac{1}{2\pi i} \int_{\partial\Delta} z^{-3} e^z dz$? A 1. B 1/2. C 2. D 0.
13. Quanto fa $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 e^{ix} dx}{(x^2+1)(x+2i)}$? A $\frac{i\pi}{3e}$. B $\frac{i\pi}{6e}$. C $8i\pi e^2/3$. D $4i\pi e^2/3$.
14. Sia f meromorfa su $\bar{\Delta}$ con un polo in 0 e non nulla su $\partial\Delta$. Sia $I = \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial\Delta} \frac{f'(z)}{f(z)} dz$. Quale è sempre vera?
 A $I = 0$. B $I > 0$. C $I < 0$. D Nessuna delle precedenti.
15. Se $f(x) = x e^x$ per $x \geq 0$, quanto fa $\mathcal{L}(f)(z)$?
 A $(1 - z)^{-1}$. B $(z - 1)^{-1}$. C $(1 - z)^{-2}$. D $(1 - z)^2$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.



Matematica III — Quiz del 15/02/03

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F
2. V F
3. V F
4. V F
5. V F
6. A B C D
7. A B C D
8. A B C D
9. A B C D
10. A B C D
11. A B C D
12. A B C D
13. A B C D
14. A B C D
15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.



Risposte esatte

. . .

1. F

2. V

3. V

4. F

5. V

6. A

7. D

8. C

9. B

10. D

11. C

12. B

13. A

14. D

15. C