UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 01/09/03

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** _ _ _ _ _ _

1. La curva chiusa $\alpha : [0, \pi/2] \to \mathbb{R}^2$ data da $\alpha(t) = (t\cos(t), \sin(2t))$ ammette ovunque (come curva chiusa) una direzione tangente? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Sia $\Omega \subset \mathbb{R}^2$, $f : \Omega \to \mathbb{R}$ e Σ la superficie parametrizzata da $\sigma : \Omega \to \mathbb{R}^3$ con $\sigma(u, v) = (u, v, f(u, v))$. È sempre vero che $\mathcal{A}(\Sigma) \geq \mathcal{A}(\Omega)$, dove $\mathcal{A}$ indica l'area? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Il problema $\begin{cases} x'' = 2xx' + t^2 \\ x(0) = 3 \end{cases}$ ha soluzione unica? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Data $f : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ con $f(x) = \sin(x^2)\,\mathrm{e}^x$, la trasformata di Laplace $\mathcal{L}(f)$ è olomorfa sul semipiano $\{x \in \mathbb{C} :\ \Re(z) > 1\}$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Se $f \in \mathcal{H}(\overline{\Delta} \setminus \{0\})$ e $\int\limits_{\partial\Delta} f(z)\,\mathrm{d}z = 0$, lo 0 è singolarità eliminabile? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Sia L la lunghezza della curva $\alpha(t) = (t, 1 - t^4)$ con $t \in [-1, 1]$. Allora:

$\boxed{\text{A}}$ $0 < L < 2$. $\boxed{\text{B}}$ $2 < L < 2\sqrt{2}$. $\boxed{\text{C}}$ $2\sqrt{2} < L < 4$. $\boxed{\text{D}}$ $L > 4$.

7. Se $R : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ |x| \leq 2,\ |y| \leq 1\}$ e $\omega(x, y) = (x + \mathrm{e}^y)\,\mathrm{d}y$, quanto fa $\int\limits_{\partial R} \omega$?

$\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 8. $\boxed{\text{C}}$ $4\sinh(1)$. $\boxed{\text{D}}$ $8\sinh(1)$.

8. Se $x''' - 2x'' - x' + 2x = 0$, $x(0) = 1$, $x'(0) = x''(0) = -2$, quale limite esiste finito non nullo?

$\boxed{\text{A}}$ $\lim\limits_{t\to+\infty} \mathrm{e}^{-2t}x(t)$. $\boxed{\text{B}}$ $\lim\limits_{t\to-\infty} \mathrm{e}^{-2t}x(t)$. $\boxed{\text{C}}$ $\lim\limits_{t\to+\infty} \mathrm{e}^{-t}x(t)$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuno dei precedenti.

9. Date $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ e $(b_n)_{n=0}^{\infty}$ tali che $a_{n+2} = a_{n+1}^2 + (4 - 2^n)a_n$, $b_{n+2} = b_{n+1}^2 + (4 - 2^n)b_n$, quale delle seguenti garantisce che $a_n = b_n$ per ogni n?

$\boxed{\text{A}}$ $a_3 = b_3$, $a_4 = b_4$. $\boxed{\text{B}}$ $a_0 = b_0$, $a_2 = b_2$. $\boxed{\text{C}}$ $a_1 = b_1$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

10. Se $f_n(t) = \max\{0, 1 - n|t|\}$, quale è vera?

$\boxed{\text{A}}$ $(f_n)_{n=0}^{\infty}$ converge uniformemente. $\boxed{\text{B}}$ $\lim\limits_{n\to+\infty} \|f_n\| = +\infty$.

$\boxed{\text{C}}$ $(f_n)_{n=0}^{\infty}$ converge puntualmente ma non uniformemente. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

11. Se $X \subset \Omega \subset \mathbb{C}$, Ω è connesso, $f, g \in \mathcal{H}(\Omega)$, f e g coincidono su X, si conclude che $f = g$ se:

$\boxed{\text{A}}$ X è aperto non vuoto. $\boxed{\text{B}}$ X contiene infiniti punti.

$\boxed{\text{C}}$ X è costituito da punti isolati. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

12. Se $\alpha : [0, 2\pi] \to \mathbb{C}$ è data da $\alpha(t) = -1 + (t - \pi)^2 + i\sin(t)$, quanto fa $\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\alpha} \frac{\mathrm{d}z}{z(z+2)^2}$?

$\boxed{\text{A}}$ $-1/2$. $\boxed{\text{B}}$ $1/4$. $\boxed{\text{C}}$ 0. $\boxed{\text{D}}$ 1.

13. Sia $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2 + y^2 \leq 2,\ (1 - |x|)(1 - |y|) > 0,\ z = \sin((1 - |x|)(1 - |y|))\}$. Quanto fa $\int\limits_{\Sigma} (\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y + z\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z)$? $\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 2π. $\boxed{\text{C}}$ 4π. $\boxed{\text{D}}$ 4.

14. Data $f : [-\pi, \pi] \to \mathbb{C}$ e i suoi coeff. di Fourier α_n, a_n, b_n complessi e reali, quale è vera per $n \geq 1$?

$\boxed{\text{A}}$ $a_n = \Re(\alpha_n)$. $\boxed{\text{B}}$ $b_n = 2\Im(\alpha_n)$. $\boxed{\text{C}}$ $\alpha_{-n} = \overline{\alpha_n}$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

15. Quanto fa $\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\partial\Delta} \frac{\mathrm{d}z}{(2z+1)(z+2)}$? $\boxed{\text{A}}$ 1. $\boxed{\text{B}}$ $1/3$. $\boxed{\text{C}}$ $2/3$. $\boxed{\text{D}}$ 0.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica III — Quiz del 01/09/03

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Risposte esatte

. .

1. F

2. V

3. F

4. V

5. F

6. C

7. B

8. A

9. D

10. C

11. A

12. B

13. D

14. D

15. B

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.