



Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 15/02/03

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. L'insieme $\mathbb{C}$, dotato dell'operazione di somma, è un gruppo commutativo? ☐ V / ☐ F
2. Se $V, W \subset \mathbb{R}^6$ sono sottosp. di dimensione 3, può essere $V + W \neq \mathbb{R}^6$ e $V \cap W = \{0\}$? ☐ V / ☐ F
3. Se $f : V \rightarrow V$ è lineare, $\mathcal{B}$ è base di V e $[f]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}$ ha due righe uguali, può esistere f^{-1} ? ☐ V / ☐ F
4. Un sistema lineare di 5 equazioni in 4 incognite può avere infinite soluzioni? ☐ V / ☐ F
5. Se $A \in \mathcal{M}_{5 \times 5}(\mathbb{R})$ e $\text{rank}(A) = 4$, può A avere una sola sottomatr. 3×3 con $\det \neq 0$? ☐ V / ☐ F
6. Per $k \in \mathbb{R}$ sia $X = \{x \in \mathbb{R}^3 : x_1 - k^2 x_2 + 2x_3 = 0\}$ e $Y = \{x \in \mathbb{R}^3 : -x_1 + x_2 + (k - 3)x_3 = 0\}$. Per quanti k si ha $X + Y = \mathbb{R}^3$? ☐ A Tutti meno uno. ☐ B Tutti. ☐ C Nessuno. ☐ D Due.
7. Sia $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$ lineare tale che $\text{Ker}(f) = \{x \in \mathbb{R}^4 : \sqrt{3}x_1 - \pi x_2 + x_3 + x_4 = 0\}$. Qual è la massima dimensione possibile per un sottospazio $V \subset \mathbb{R}^5$ tale che $V \cap \text{Im}(f) = \{0\}$? ☐ A 1. ☐ B 2. ☐ C 3. ☐ D 4.
8. Sia $\mathcal{B} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right)$ e $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tale che $[f]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$. Quanto fa $f\left(\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}\right)$? ☐ A $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. ☐ B $\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. ☐ C $\begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$. ☐ D $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.
9. Quanto fa $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$? ☐ A 0. ☐ B -28. ☐ C -1. ☐ D -22.
10. Quali delle seguenti sono equazioni cartesiane di $\left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ i \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2i \\ -1 \end{pmatrix} : t \in \mathbb{C} \right\}$? ☐ A $\begin{cases} z_1 + iz_2 - z_3 = 2 - i \\ iz_1 - z_2 - iz_3 = 1 + 2i \end{cases}$. ☐ B $\begin{cases} z_1 + iz_2 - z_3 = 2 - i \\ z_1 + z_3 = 2 + i \end{cases}$. ☐ C $\begin{cases} z_1 + iz_2 - z_3 = 0 \\ 2z_1 + iz_2 = 4 \end{cases}$. ☐ D $\begin{cases} 2z_1 + iz_2 = 4 \\ z_1 + z_3 = 1 + i \end{cases}$.
11. Al variare di $k \in \mathbb{C}$, quante soluzioni $z \in \mathbb{C}$ ha l'equazione $z^3 \cdot \bar{z} + |k|^2 = k \cdot z^2 + \bar{k} \cdot z \cdot \bar{z}$? ☐ A Infinite se k è reale positivo, altrimenti una oppure due. ☐ B Infinite per ogni k . ☐ C Una oppure due per ogni k . ☐ D Nessuna delle precedenti.
12. Quale dei seguenti vettori è ortogonale a $\{z \in \mathbb{C}^2 : (1 + i)z_1 - (2 - i)z_2 = 0\}$? ☐ A $\begin{pmatrix} i - 2 \\ 1 + i \end{pmatrix}$. ☐ B $\begin{pmatrix} 1 + i \\ 2 - i \end{pmatrix}$. ☐ C $\begin{pmatrix} -i - 2 \\ 1 - i \end{pmatrix}$. ☐ D $\begin{pmatrix} 1 - i \\ -2 - i \end{pmatrix}$.
13. Se $f : V \rightarrow V$ è lineare e λ è un autovalore di f , quale è giusta? ☐ A Se $f(v) = \lambda v$ allora $v \neq 0$. ☐ B Esiste $v \neq 0$ con $f(v) = \lambda v$. ☐ C $\dim(\text{Ker}(\lambda \text{Id}_V - f)) = 1$. ☐ D Nessuna delle precedenti.
14. Quanti vettori unitari di $\mathbb{R}^4$ sono ortogonali a $\text{Span}(e_1 + e_3, e_2 - e_4)$? ☐ A Due. ☐ B Uno. ☐ C Infiniti. ☐ D Nessuno.
15. Se $\mathcal{B} = (e_2, e_1)$ e $\mathcal{C} = (2e_1 - e_2, e_1 + e_2)$, $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ è lineare e $[f]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, quanto fa $f(e_1 + 2e_2)$? ☐ A $-e_1 + e_2$. ☐ B $-2e_1 + e_2$. ☐ C $-e_1 + 5e_2$. ☐ D $-2e_1 + 3e_2$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.



Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 15/02/03

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F
2. V F
3. V F
4. V F
5. V F
6. A B C D
7. A B C D
8. A B C D
9. A B C D
10. A B C D
11. A B C D
12. A B C D
13. A B C D
14. A B C D
15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.



Risposte esatte

. .

1. V

2. F

3. F

4. V

5. F

6. A

7. D

8. C

9. D

10. B

11. A

12. D

13. B

14. C

15. C