UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 13/09/03

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. Se $v_1, v_2, v_3, v_4 \in \mathbb{C}^5$ sono linearmente indipendenti, lo sono anche v_1, v_2, v_3? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Siano $v \in \mathbb{C}^3$ e $\mathcal{B}, \mathcal{C}$ basi di $\mathbb{C}^3$. Se $[v]_{\mathcal{B}} = (1,1,1)$, deve essere $[v]_{\mathcal{C}} = (k,k,k)$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Se $v, w \in \mathbb{R}^2$ e $\det(v\ w) > 0$, l'angolo in verso antiorario da v a w è minore di π? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Se una matrice ha rango 4, ha sempre una sottomatrice 3×3 invertibile? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. La matrice hermitiana $\begin{pmatrix} 1 & 2+i \\ 2-i & 2 \end{pmatrix}$ ha autovalori tutti positivi? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Che dimensione ha $\left\{ f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3) :\ \langle f(e_2) | e_3 \rangle = 0 \right\}$?

$\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 4. $\boxed{\text{C}}$ 5. $\boxed{\text{D}}$ 6.

7. Se $V, W \subset \mathbb{R}^4$, quale delle seguenti garantisce che $V + W = \mathbb{R}^4$?

$\boxed{\text{A}}$ $\dim(V) = \dim(W) = 2$. $\boxed{\text{B}}$ $\dim(V) + \dim(W) = 5$.
$\boxed{\text{C}}$ $V \cap W = \{0\}$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

8. Per quali $k \in \mathbb{R}$ esiste $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ lineare tale che $f(e_1) = 2$, $f(e_1 + ke_2) = 1 + k$, $f(ke_1 + e_2) = 2k$?

$\boxed{\text{A}}$ $k = 1$. $\boxed{\text{B}}$ $k = 0$. $\boxed{\text{C}}$ Ogni k. $\boxed{\text{D}}$ Nessun k.

9. Se $f(x_1, x_2) = (2x_1 - x_2, x_1 + x_2)$ e $\mathcal{B} = (e_1 + e_2, e_1 - e_2)$, chi è $[f]^{\mathcal{B}}_{\mathcal{B}}$?

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{B}}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

10. Un sistema $Ax = b$ di 5 equazioni in 4 incognite può avere soluzione unica?

$\boxed{\text{A}}$ Sì se $\det(A) \neq 0$. $\boxed{\text{B}}$ Sì se $b = 0$.
$\boxed{\text{C}}$ Sì se $\mathrm{rank}(A) = \mathrm{rank}(A\ b) = 4$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

11. Quale delle seguenti è una parametrizzazione della retta in $\mathbb{R}^3$ di equazioni $x - y + z = 2$, $2x + y + 5z = 1$? $\boxed{\text{A}}$ $(-1,-2,1) + t(3,1,-2)$. $\boxed{\text{B}}$ $(-2,0,1) + t(3,1,-2)$.
$\boxed{\text{C}}$ $(-2,0,1) + t(2,1,-1)$. $\boxed{\text{D}}$ $(-1,-2,1) + t(2,1,-1)$.

12. Sia $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ di grado 4 tale che $p(1) = 0$. Quale può essere **falsa** sulle soluzioni dell'equazione $p(x) = 0$? $\boxed{\text{A}}$ Almeno due sono reali. $\boxed{\text{B}}$ Hanno molteplicità 1.
$\boxed{\text{C}}$ Sono 4 complesse se contate con molteplicità. $\boxed{\text{D}}$ Se c'è z c'è anche $\overline{z}$.

13. Quale dei seguenti vettori di $\mathbb{R}^3$ è ortogonale a $(1,2,-1)$ e $(3,-2,-1)$?

$\boxed{\text{A}}$ $(2,2,6)$. $\boxed{\text{B}}$ $(2,1,4)$. $\boxed{\text{C}}$ $(-4,2,-8)$. $\boxed{\text{D}}$ $(1,1,1)$.

14. Sia $M \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ tale che $M(e_1 + e_2) = e_1 + e_2$, $M(e_1 + e_3) = 0$. Allora:

$\boxed{\text{A}}$ M è diagonalizzabile. $\boxed{\text{B}}$ Se $M(e_3) \in \mathrm{Span}(e_1 + e_3)$ allora M non è diagonalizzabile.
$\boxed{\text{C}}$ M ha autovalori reali. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

15. Quale dei seguenti è autovalore di $\begin{pmatrix} -5 & -2 & 6 \\ -2 & 1 & 4 \\ -3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$?

$\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ -1. $\boxed{\text{C}}$ 2. $\boxed{\text{D}}$ 1.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 13/09/03

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** _ _ _ _ _ _

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Risposte esatte

. .

1. V

2. F

3. V

4. V

5. F

6. C

7. D

8. A

9. B

10. C

11. D

12. B

13. B

14. C

15. D