UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 13/09/03

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

1. Se $v_1, v_2, v_3, v_4 \in \mathbb{C}^5$ sono linearmente indipendenti, lo sono anche v_1, v_2, v_3? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Siano $v \in \mathbb{C}^3$ e $\mathcal{B}, \mathcal{C}$ basi di $\mathbb{C}^3$. Se $[v]_{\mathcal{B}} = (1, 1, 1)$, deve essere $[v]_{\mathcal{C}} = (k, k, k)$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Se $v, w \in \mathbb{R}^2$ e $\det(v\ w) > 0$, l'angolo in verso antiorario da v a w è minore di π? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Se una matrice ha rango 4, ha sempre una sottomatrice 3×3 invertibile? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. La matrice hermitiana $\begin{pmatrix} 1 & 2+i \\ 2-i & 2 \end{pmatrix}$ ha autovalori tutti positivi? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Che dimensione ha $\left\{f \in \mathrm{Hom}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3) :\ \langle f(e_2) | e_3 \rangle = 0\right\}$?

$\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 4. $\boxed{\text{C}}$ 5. $\boxed{\text{D}}$ 6.

7. Se $V, W \subset \mathbb{R}^4$, quale delle seguenti garantisce che $V + W = \mathbb{R}^4$?

$\boxed{\text{A}}$ $\dim(V) = \dim(W) = 2$. $\boxed{\text{B}}$ $\dim(V) + \dim(W) = 5$.
$\boxed{\text{C}}$ $V \cap W = \{0\}$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

8. Per quali $k \in \mathbb{R}$ esiste $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ lineare tale che $f(e_1) = 2$, $f(e_1 + ke_2) = 1 + k$, $f(ke_1 + e_2) = 2k$?

$\boxed{\text{A}}$ $k = 1$. $\boxed{\text{B}}$ $k = 0$. $\boxed{\text{C}}$ Ogni k. $\boxed{\text{D}}$ Nessun k.

9. Se $f(x_1, x_2) = (2x_1 - x_2, x_1 + x_2)$ e $\mathcal{B} = (e_1 + e_2, e_1 - e_2)$, chi è $[f]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}$?

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{B}}$ $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

10. Un sistema $Ax = b$ di 5 equazioni in 4 incognite può avere soluzione unica?

$\boxed{\text{A}}$ Sì se $\det(A) \neq 0$. $\boxed{\text{B}}$ Sì se $b = 0$.
$\boxed{\text{C}}$ Sì se $\mathrm{rank}(A) = \mathrm{rank}(A\ b) = 4$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

11. Quale delle seguenti è una parametrizzazione della retta in $\mathbb{R}^3$ di equazioni $x - y + z = 2$, $2x + y + 5z = 1$? $\boxed{\text{A}}$ $(-1, -2, 1) + t(3, 1, -2)$. $\boxed{\text{B}}$ $(-2, 0, 1) + t(3, 1, -2)$.
$\boxed{\text{C}}$ $(-2, 0, 1) + t(2, 1, -1)$. $\boxed{\text{D}}$ $(-1, -2, 1) + t(2, 1, -1)$.

12. Sia $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ di grado 4 tale che $p(1) = 0$. Quale può essere **falsa** sulle soluzioni dell'equazione $p(x) = 0$? $\boxed{\text{A}}$ Almeno due sono reali. $\boxed{\text{B}}$ Hanno molteplicità 1.
$\boxed{\text{C}}$ Sono 4 complesse se contate con molteplicità. $\boxed{\text{D}}$ Se c'è z c'è anche $\overline{z}$.

13. Quale dei seguenti vettori di $\mathbb{R}^3$ è ortogonale a $(1, 2, -1)$ e $(3, -2, -1)$?

$\boxed{\text{A}}$ $(2, 2, 6)$. $\boxed{\text{B}}$ $(2, 1, 4)$. $\boxed{\text{C}}$ $(-4, 2, -8)$. $\boxed{\text{D}}$ $(1, 1, 1)$.

14. Sia $M \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ tale che $M(e_1 + e_2) = e_1 + e_2$, $M(e_1 + e_3) = 0$. Allora:

$\boxed{\text{A}}$ M è diagonalizzabile. $\boxed{\text{B}}$ Se $M(e_3) \in \mathrm{Span}(e_1 + e_3)$ allora M non è diagonalizzabile.
$\boxed{\text{C}}$ M ha autovalori reali. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

15. Quale dei seguenti è autovalore di $\begin{pmatrix} -5 & -2 & 6 \\ -2 & 1 & 4 \\ -3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$?

$\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ -1. $\boxed{\text{C}}$ 2. $\boxed{\text{D}}$ 1.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

---

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 13/09/03

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** _ _ _ _ _ _

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Risposte esatte

. .

1. V

2. F

3. V

4. V

5. F

6. C

7. D

8. A

9. B

10. C

11. D

12. B

13. B

14. C

15. D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.