UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 12/07/03

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. Un sottospazio di $\mathbb{R}^5$ generato da 4 vettori ha sempre dimensione 4? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Se $A \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{C})$ e $\det(A) \in \mathbb{R}$, è vero che $\det(A^7) \in \mathbb{R}$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Se $A \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{C})$, è vero che $\det(A^*) = \det(A)$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Due vettori di $\mathbb{R}^4$ di norma 1 e linearmente indip. sono sempre ortogonali fra loro? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Se $\mathcal{B}, \mathcal{C}$ sono basi di $\mathbb{R}^4$, $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ e $\det([f]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}}) \neq 0$, la f è invertibile? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Se $X = \{x \in \mathbb{R}^5 : x_1 - x_2 + x_4 = x_2 + x_3 - x_5 = x_1 + x_3 + x_4 - x_5 = 0\}$ che dimensione può avere Y tale che $X + Y = \mathbb{R}^5$? $\boxed{\text{A}}$ Al più 2. $\boxed{\text{B}}$ Al più 3. $\boxed{\text{C}}$ Almeno 2. $\boxed{\text{D}}$ Almeno 3.

7. Se $X \subset \mathbb{R}^7$, $\dim(X) = 5$, $f : \mathbb{R}^7 \to \mathbb{R}^3$ è lineare, $\dim(f(X)) = 2$, che dimensione può avere $\mathrm{Im}(f)$?

$\boxed{\text{A}}$ Sempre 2. $\boxed{\text{B}}$ Tra 2 e 4. $\boxed{\text{C}}$ Sempre 3. $\boxed{\text{D}}$ Tra 2 e 3.

8. Se $[2e_1 - e_2 - e_3]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, quale delle seguenti è $\mathcal{B}$? $\boxed{\text{A}}$ $(e_1 + 2e_2, e_1 + e_2 - e_3, -e_2 - e_3)$.

$\boxed{\text{B}}$ $(e_1 + e_2, -e_1 + 3e_3, e_2 - e_3)$. $\boxed{\text{C}}$ $(2e_1 - e_2, 2e_1 - e_3, -e_2 - e_3)$. $\boxed{\text{D}}$ $(2e_1, -e_2, -e_3)$.

9. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} z_1 + (1+i)z_2 - iz_3 = 2 \\ -iz_1 + iz_2 + 2z_3 = 1 + i \\ 2z_1 + iz_2 + iz_3 = 1 + i \end{cases}$?

$\boxed{\text{A}}$ Una. $\boxed{\text{B}}$ Due. $\boxed{\text{C}}$ Nessuna. $\boxed{\text{D}}$ Infinite.

10. Se $A \in \mathcal{M}_{6\times 7}(\mathbb{R})$ ha rango 4, quale delle seguenti può essere **falsa**?

$\boxed{\text{A}}$ Esiste una sottomatrice 3×3 invertibile. $\boxed{\text{B}}$ Esiste una sottomatrice 4×4 invertibile.

$\boxed{\text{C}}$ Ogni sottomatrice 4×4 è invertibile. $\boxed{\text{D}}$ Ogni sottomatrice 5×5 è non invertibile.

11. Quali delle seguenti sono equazioni cartesiane della retta in $\mathbb{R}^3$ che passa per $(2, 1, -1)$ e $(1, -1, 2)$?

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3y + 2z = 1 \end{cases}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y = -3 \end{cases}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x - y = -3 \end{cases}$. $\boxed{\text{D}}$ $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 3y + 2z = 0 \end{cases}$.

12. Gli $z \in \mathbb{C}$ che risolvono $(z - i)^6 = -1$ sono:

$\boxed{\text{A}}$ I vertici di un esagono regolare centrato nell'origine.

$\boxed{\text{B}}$ I vertici di un esagono regolare, e tra loro c'è l'origine.

$\boxed{\text{C}}$ I vertici di un esagono regolare centrato in -1. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

13. Quanti vettori unitari di $\mathbb{R}^3$ esistono sul piano $x + y + 2z = 1$?

$\boxed{\text{A}}$ Infiniti. $\boxed{\text{B}}$ Due. $\boxed{\text{C}}$ Uno. $\boxed{\text{D}}$ Nessuno.

14. Se $k \in \mathbb{C}$ e $A_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -ik \\ 0 & k & 0 \\ ik & 0 & 1 \end{pmatrix}$, per quali k la A_k è hermitiana definita positiva?

$\boxed{\text{A}}$ Nessuno. $\boxed{\text{B}}$ $k \in \mathbb{R}$, $0 < |k| < 1$. $\boxed{\text{C}}$ $k \in \mathbb{R}$, $0 < k < 1$. $\boxed{\text{D}}$ $0 < |k| < 1$.

15. Gli autovalori della $\begin{pmatrix} -8 & 2 & -6 \\ 3 & 1 & 2 \\ 15 & -3 & 11 \end{pmatrix}$ sono: $\boxed{\text{A}}$ Reali distinti. $\boxed{\text{B}}$ Reali non distinti.

$\boxed{\text{C}}$ Due reali e uno non reale. $\boxed{\text{D}}$ Uno reale e due non reali.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 12/07/03

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Risposte esatte

. .

1. F

2. V

3. F

4. F

5. V

6. C

7. D

8. B

9. D

10. C

11. A

12. B

13. A

14. C

15. B

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.