UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 11/01/03

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** _ _ _ _ _ _

1. Un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}[x]$ che non contiene x^2 può avere dimensione infinita? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Un sistema non omogeneo di 5 equazioni in 7 incognite può avere soluzione unica? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Possono 4 equaz. cartesiane in $\mathbb{R}^5$ definire un sottosp. affine di dimensione 3? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Se $\langle\,.\,|\,.\,\rangle$ è un prod. scal. hermitiano su $\mathbb{C}^n$, è sempre vero che $\langle \lambda v | \lambda w\rangle = \lambda^2 \langle v|w\rangle$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. La matrice $\begin{pmatrix} -1 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Per quanti valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme $\{x \in \mathbb{R}^3 :\ x_1 + kx_2 + (k^2-1)x_3^2 = k^2 - 2k\}$ è un sottospazio vettoriale? $\boxed{\text{A}}$ Tutti. $\boxed{\text{B}}$ Nessuno. $\boxed{\text{C}}$ Uno. $\boxed{\text{D}}$ Due.

7. Se $V, W \subset \mathbb{C}^5$ sono sottospazî, $V \cap W \neq \{0\}$, $\dim_{\mathbb{C}}(V) = 2$ e $\dim_{\mathbb{C}}(W) = 3$, che dimensione può avere $V + W$? $\boxed{\text{A}}$ Tra 2 e 5. $\boxed{\text{B}}$ Tra 3 e 5. $\boxed{\text{C}}$ Tra 3 e 4. $\boxed{\text{D}}$ Tra 2 e 4.

8. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ data da $f(x,y,z) = (x+z, y+2z)$. Quale delle seguenti equazioni definisce un sottospazio V tale che $f(V) \neq \mathbb{R}^2$?
$\boxed{\text{A}}$ $x - y - z = 0$. $\boxed{\text{B}}$ $x + y + z = 0$. $\boxed{\text{C}}$ $x + y - z = 0$. $\boxed{\text{D}}$ $x - y + z = 0$.

9. Siano $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ data da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4x - 3y \\ 2x + y \end{pmatrix}$, $\mathcal{B} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right)$, $\mathcal{C} = \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}\right)$. Quale delle seguenti è $[f]^{\mathcal{C}}_{\mathcal{B}}$? $\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{D}}$ $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

10. Quale delle seguenti è l'inversa di $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$?

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 6 \\ -1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix} -4 & 1 & -6 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 0 \\ 6 & -1 & -3 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{D}}$ $\begin{pmatrix} -4 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ -6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

11. Sia $A \in \mathcal{M}_{7\times 5}(\mathbb{R})$ con $\mathrm{rank}(A) = 4$ e A' una sottomatrice 2×2 di A. Quale è sempre vera?
$\boxed{\text{A}}$ $\det(A') \neq 0$. $\boxed{\text{B}}$ Esiste orlata A'' di A' con $\det(A'') \neq 0$. $\boxed{\text{C}}$ Se $\det(A') \neq 0$ esiste orlata A'' di A' con $\det(A'') \neq 0$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

12. Che dimensione complessa ha lo spazio $\{p(z) \in \mathbb{C}[z] :\ \deg(p(z)) \leq 8,\ p(iz) = p(z)\ \forall z \in \mathbb{C}\}$?
$\boxed{\text{A}}$ 9. $\boxed{\text{B}}$ 6. $\boxed{\text{C}}$ 3. $\boxed{\text{D}}$ 1.

13. In $\mathbb{R}^2$ si ortonormalizzi la base $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}$. Qual è il secondo vettore della base ottenuta?
$\boxed{\text{A}}$ $\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{C}}$ $\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{D}}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

14. Quale dei seguenti è autovalore di $\begin{pmatrix} i-1 & 1 & 2 \\ 2i & 1 & 1+i \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$? $\boxed{\text{A}}$ $1 - i$. $\boxed{\text{B}}$ $1 + i$. $\boxed{\text{C}}$ $-i$. $\boxed{\text{D}}$ i.

15. Sia $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ e $Av_j = \lambda_j v_j$ per $j = 1, \ldots, n$. Quale è giusta? $\boxed{\text{A}}$ Se i v_j sono non nulli allora i λ_j sono distinti. $\boxed{\text{B}}$ Se i v_j sono non nulli e i λ_j sono distinti allora $(v_1, \ldots, v_n)$ è una base. $\boxed{\text{C}}$ Se $(v_1, \ldots, v_n)$ è una base allora i λ_j sono distinti. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 11/01/03

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** _ _ _ _ _ _

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Risposte esatte

. .

1. V

2. F

3. V

4. F

5. F

6. B

7. C

8. A

9. D

10. D

11. C

12. C

13. A

14. B

15. B