UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 5/6/03

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. Se $f : \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^2$ è lineare surgettiva, può essere $f(e_1) = f(e_3)$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Se $V = W + Z$ e W, Z hanno dimensione finita, può V avere dimensione infinita? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Esiste un unico sottospazio affine bidimensionale di $\mathbb{R}^4$ passante per $(1, 0, -1, 2)$ e parallelo al sottospazio di equazione $x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 0$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. I vettori $e_1 - e_2 + 3e_3$, $-e_1 + 2e_2 + e_3$ sono ortogonali tra loro in $\mathbb{R}^3$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Se $A \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{C})$ ha due soli autovalori distinti, può essere diagonalizzabile? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Per quali $k \in \mathbb{N}$ l'insieme $\{p(x) \in \mathbb{R}[x] :\ (p(1-k))^{1+k} = k^2 - k\}$ è un sottospazio vettoriale?

$\boxed{\text{A}}$ $k = 0$. $\boxed{\text{B}}$ $k = 1$. $\boxed{\text{C}}$ $k = 0$ e $k = 1$. $\boxed{\text{D}}$ Nessun k.

7. Se $V, W \subset \mathbb{C}^7$, $\dim(V) = 6$ e $\dim(V \cap W) = 3$, che dimensione può avere W?

$\boxed{\text{A}}$ Tra 3 e 7. $\boxed{\text{B}}$ Tra 3 e 4. $\boxed{\text{C}}$ Tra 3 e 6. $\boxed{\text{D}}$ Tra 1 e 3.

8. Se $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $[f]^{(e_1+e_2, e_1)}_{(e_2, e_1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, quanto fa $f(e_1 + e_2)$?

$\boxed{\text{A}}$ $e_1 + 2e_2$. $\boxed{\text{B}}$ $3e_1 - e_2$. $\boxed{\text{C}}$ $2e_1 + 3e_2$. $\boxed{\text{D}}$ $2e_1$.

9. Qual è il coefficiente di posto $(1, 3)$ in $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1}$?

$\boxed{\text{A}}$ -1. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ -5. $\boxed{\text{D}}$ 5.

10. Se $z \in \mathbb{C}^2$ risolve $2z_1 + iz_2 = 3 + 2i$ e $(1 - i)z_1 + z_2 = 2 - i$, allora:

$\boxed{\text{A}}$ $z_1 + z_2 = 1$. $\boxed{\text{B}}$ $z_1 - z_2 = 1$. $\boxed{\text{C}}$ $z_1 + z_2 = i$. $\boxed{\text{D}}$ $z_1 - z_2 = i$.

11. Se $A \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ ha rango due, quante sono in generale le sottomatrici 2×2 di A invertibili?

$\boxed{\text{A}}$ Sempre una. $\boxed{\text{B}}$ Tra una e nove. $\boxed{\text{C}}$ Sempre tre. $\boxed{\text{D}}$ Tra tre e nove.

12. Quali delle seguenti sono equazioni cartesiane della retta in $\mathbb{C}^3$ passante per $(1, i, 0)$ e $(i, 0, 1)$?

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{cases} (1-i)z_1 - 2z_3 = 1 - i \\ iz_2 + z_3 = 1 \end{cases}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{cases} z_1 + iz_2 = 0 \\ iz_1 + z_3 = 0 \end{cases}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{cases} (1+i)z_1 + 2z_3 = 1 + i \\ z_2 + iz_3 = i \end{cases}$. $\boxed{\text{D}}$ $\begin{cases} -iz_2 + z_3 = 1 \\ z_2 + iz_3 = i \end{cases}$.

13. Quale delle seguenti è equazione del piano in $\mathbb{R}^3$ passante per $(-1, 0, 2)$ e ortogonale alla retta di equazioni $x_1 + x_3 = 7$, $x_1 - x_2 - x_3 = 11$? $\boxed{\text{A}}$ $x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$. $\boxed{\text{B}}$ $x_1 + 2x_2 + x_3 = 1$. $\boxed{\text{C}}$ $x_1 + 2x_2 - x_3 = -3$. $\boxed{\text{D}}$ $x_1 + 2x_2 - x_3 = -1$.

14. Se $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C})$ e $\langle z | w \rangle_A = {}^{t}\overline{z} A w$, è vero che $\langle \cdot | \cdot \rangle_A$ è un prodotto scalare hermitiano su $\mathbb{C}^n$?

$\boxed{\text{A}}$ Sì, sempre. $\boxed{\text{B}}$ Sì se ${}^{t}\overline{A} = A$. $\boxed{\text{C}}$ Sì se gli autovalori di A sono reali positivi.
$\boxed{\text{D}}$ Bisogna che ${}^{t}\overline{A} = A$ e che gli autovalori di A siano reali positivi.

15. Se $\mathcal{B} = (v_1, v_2)$ e $\mathcal{B}' = (v_1', v_2')$ sono basi di $\mathbb{C}^2$, $v_1' = 2v_1 + iv_2$, $v_2' = -iv_1 + v_2$ e $[v]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2i \end{pmatrix}$, quanto fa $[v]_{\mathcal{B}'}$? $\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 3i \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ i \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 3i \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{D}}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ 5i \end{pmatrix}$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 5/6/03

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** _ _ _ _ _ _

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Risposte esatte

. .

1. V

2. F

3. F

4. V

5. V

6. A

7. B

8. C

9. D

10. A

11. B

12. C

13. C

14. D

15. C