UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 5/6/03

**Nome** ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** _ _ _ _ _ _

**1.** Se $f : \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^2$ è lineare surgettiva, può essere $f(e_1) = f(e_3)$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

**2.** Se $V = W + Z$ e $W, Z$ hanno dimensione finita, può $V$ avere dimensione infinita? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

**3.** Esiste un unico sottospazio affine bidimensionale di $\mathbb{R}^4$ passante per $(1, 0, -1, 2)$ e parallelo al sottospazio di equazione $x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 0$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

**4.** I vettori $e_1 - e_2 + 3e_3$, $-e_1 + 2e_2 + e_3$ sono ortogonali tra loro in $\mathbb{R}^3$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

**5.** Se $A \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{C})$ ha due soli autovalori distinti, può essere diagonalizzabile? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

**6.** Per quali $k \in \mathbb{N}$ l'insieme $\{p(x) \in \mathbb{R}[x] : \ (p(1-k))^{1+k} = k^2 - k\}$ è un sottospazio vettoriale?

$\boxed{\text{A}}$ $k = 0$. $\boxed{\text{B}}$ $k = 1$. $\boxed{\text{C}}$ $k = 0$ e $k = 1$. $\boxed{\text{D}}$ Nessun $k$.

**7.** Se $V, W \subset \mathbb{C}^7$, $\dim(V) = 6$ e $\dim(V \cap W) = 3$, che dimensione può avere $W$?

$\boxed{\text{A}}$ Tra 3 e 7. $\boxed{\text{B}}$ Tra 3 e 4. $\boxed{\text{C}}$ Tra 3 e 6. $\boxed{\text{D}}$ Tra 1 e 3.

**8.** Se $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $[f]^{(e_1+e_2, e_1)}_{(e_2, e_1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, quanto fa $f(e_1 + e_2)$?

$\boxed{\text{A}}$ $e_1 + 2e_2$. $\boxed{\text{B}}$ $3e_1 - e_2$. $\boxed{\text{C}}$ $2e_1 + 3e_2$. $\boxed{\text{D}}$ $2e_1$.

**9.** Qual è il coefficiente di posto $(1, 3)$ in $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1}$?

$\boxed{\text{A}}$ $-1$. $\boxed{\text{B}}$ 1. $\boxed{\text{C}}$ $-5$. $\boxed{\text{D}}$ 5.

**10.** Se $z \in \mathbb{C}^2$ risolve $2z_1 + iz_2 = 3 + 2i$ e $(1-i)z_1 + z_2 = 2 - i$, allora:

$\boxed{\text{A}}$ $z_1 + z_2 = 1$. $\boxed{\text{B}}$ $z_1 - z_2 = 1$. $\boxed{\text{C}}$ $z_1 + z_2 = i$. $\boxed{\text{D}}$ $z_1 - z_2 = i$.

**11.** Se $A \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ ha rango due, quante sono in generale le sottomatrici $2 \times 2$ di $A$ invertibili?

$\boxed{\text{A}}$ Sempre una. $\boxed{\text{B}}$ Tra una e nove. $\boxed{\text{C}}$ Sempre tre. $\boxed{\text{D}}$ Tra tre e nove.

**12.** Quali delle seguenti sono equazioni cartesiane della retta in $\mathbb{C}^3$ passante per $(1, i, 0)$ e $(i, 0, 1)$?

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{cases} (1-i)z_1 - 2z_3 = 1 - i \\ iz_2 + z_3 = 1 \end{cases}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{cases} z_1 + iz_2 = 0 \\ iz_1 + z_3 = 0 \end{cases}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{cases} (1+i)z_1 + 2z_3 = 1 + i \\ z_2 + iz_3 = i \end{cases}$. $\boxed{\text{D}}$ $\begin{cases} -iz_2 + z_3 = 1 \\ z_2 + iz_3 = i \end{cases}$.

**13.** Quale delle seguenti è equazione del piano in $\mathbb{R}^3$ passante per $(-1, 0, 2)$ e ortogonale alla retta di equazioni $x_1 + x_3 = 7$, $x_1 - x_2 - x_3 = 11$? $\boxed{\text{A}}$ $x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$. $\boxed{\text{B}}$ $x_1 + 2x_2 + x_3 = 1$. $\boxed{\text{C}}$ $x_1 + 2x_2 - x_3 = -3$. $\boxed{\text{D}}$ $x_1 + 2x_2 - x_3 = -1$.

**14.** Se $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C})$ e $\langle z|w\rangle_A = {}^{t}\overline{z}Aw$, è vero che $\langle\cdot|\cdot\rangle_A$ è un prodotto scalare hermitiano su $\mathbb{C}^n$?

$\boxed{\text{A}}$ Sì, sempre. $\boxed{\text{B}}$ Sì se ${}^{t}\overline{A} = A$. $\boxed{\text{C}}$ Sì se gli autovalori di $A$ sono reali positivi.

$\boxed{\text{D}}$ Bisogna che ${}^{t}\overline{A} = A$ e che gli autovalori di $A$ siano reali positivi.

**15.** Se $\mathcal{B} = (v_1, v_2)$ e $\mathcal{B}' = (v_1', v_2')$ sono basi di $\mathbb{C}^2$, $v_1' = 2v_1 + iv_2$, $v_2' = -iv_1 + v_2$ e $[v]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2i \end{pmatrix}$, quanto fa $[v]_{\mathcal{B}'}$? $\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 3i \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ i \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 3i \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{D}}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ 5i \end{pmatrix}$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono $\pm 3$ punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 5/6/03

**Nome** ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** _ _ _ _ _ _

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

**1.** V F

**2.** V F

**3.** V F

**4.** V F

**5.** V F

**6.** A B C D

**7.** A B C D

**8.** A B C D

**9.** A B C D

**10.** A B C D

**11.** A B C D

**12.** A B C D

**13.** A B C D

**14.** A B C D

**15.** A B C D

| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 5/6/03

# Risposte esatte

**1.** V

**2.** F

**3.** F

**4.** V

**5.** V

**6.** A

**7.** B

**8.** C

**9.** D

**10.** A

**11.** B

**12.** C

**13.** C

**14.** D

**15.** C

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. |