UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 01/09/03

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. Se $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}^3$ e ogni (v_i, v_j) con $i \neq j$ è lin. indip., allora (v_1, v_2, v_3) è una base? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Se $V, W \subset \mathbb{C}^4$, $\dim(V) = 3$, $V + W = \mathbb{C}^4$, ne segue che $\dim(W) = 1$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Se $\mathcal{B}, \mathcal{C}$ sono basi di V e $\det\left([\mathrm{id}_V]^{\mathcal{C}}_{\mathcal{B}}\right) < 0$, allora $\det\left([\mathrm{id}_V]^{\mathcal{B}}_{\mathcal{C}}\right) < 0$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Il sistema $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ -x + 3y = 7 \\ 3x + y = -1 \end{cases}$ ha soluzione unica? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Se $A \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathcal{C})$ ha rango 3, può essere invertibile? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Dati $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{C}^4$ con $v_1 \neq v_2$, che dimensione può avere $\mathrm{Span}(v_1, v_2, v_3)$?

$\boxed{\text{A}}$ Tra 1 e 3. $\boxed{\text{B}}$ Tra 0 e 3. $\boxed{\text{C}}$ Tra 1 e 4. $\boxed{\text{D}}$ Tra 2 e 3.

7. Per quali $k \in \mathbb{R}$ la $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ data da $f(x, y, z) = \log(|k^2 - 1| + \exp(y + z)) + (k + 1)(x^2 - z)$ è lineare? $\boxed{\text{A}}$ $k = +1$. $\boxed{\text{B}}$ $k = -1$. $\boxed{\text{C}}$ $k = \pm 1$. $\boxed{\text{D}}$ Nessun k.

8. Se $\mathcal{B} = (e_1 + 2e_2, e_1 + e_2)$, $f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_2 \\ x_1 - 2x_2 \end{pmatrix}$, $[f]^{\mathcal{C}}_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$, chi è $\mathcal{C}$? $\boxed{\text{A}}$ $(e_1 + 4e_2, -e_1 - 3e_2)$.

$\boxed{\text{B}}$ $(-3e_1 - e_2, e_1)$. $\boxed{\text{C}}$ $(e_1 - e_2, -e_1)$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

9. Se $A, B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ e $\det(A) \neq 0$, quale delle seguenti può **non** essere vera?

$\boxed{\text{A}}$ $\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$. $\boxed{\text{B}}$ $\det({}^tB) = \det(B)$.
$\boxed{\text{C}}$ $\det(A^{-1}) = 1/\det(A)$. $\boxed{\text{D}}$ $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$.

10. Quale dei seguenti sottospazî di $\mathbb{R}^3$ è definito dalle equazioni $2x - y - z = 3$, $-x + 2y + 3z = 3$?

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + \mathrm{Span}\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + \mathrm{Span}\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$.
$\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mathrm{Span}\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{D}}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mathrm{Span}\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$.

11. Quante soluzioni $z \in \mathbb{C}$ ha l'equazione $|z|^4 + z^2 + \overline{z}^2 + 1 = 0$?

$\boxed{\text{A}}$ Nessuna. $\boxed{\text{B}}$ Una. $\boxed{\text{C}}$ Due. $\boxed{\text{D}}$ Infinite.

12. Quali delle seguenti equazioni in $\mathbb{R}^3$ definiscono un piano ortogonale al vettore $(2, 3, 1)$?

$\boxed{\text{A}}$ $2x + 3y + z = 0$. $\boxed{\text{B}}$ $2x - 3y + z = 0$. $\boxed{\text{C}}$ $2x = 3y = z$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

13. Che equazione ha il piano in $\mathbb{C}^3$ ortogonale al vettore $(1, 2i, -i)$?

$\boxed{\text{A}}$ $z_1 + 2iz_2 - iz_3 = 0$. $\boxed{\text{B}}$ $z_1 - 2iz_2 + iz_3 = 0$
$\boxed{\text{C}}$ $z_1 - 2iz_2 - iz_3 = 0$ $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

14. Quali sono gli autovalori di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$?

$\boxed{\text{A}}$ $0, 1, 1$. $\boxed{\text{B}}$ $-2, 1, 3$. $\boxed{\text{C}}$ $-1, 0, 3$. $\boxed{\text{D}}$ $-1, 1, 2$.

15. Se $\mathcal{B} = (e_1 - ie_2, ie_1 + 3e_2)$, $\mathcal{C} = (e_1 + ie_2, (1 + i)e_2)$, $[v]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$, $[v]_{\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$, chi è y_2?

$\boxed{\text{A}}$ $(1 + i)x_1 + (1 - i)x_2$. $\boxed{\text{B}}$ $-(1 + i)x_1 + (1 - i)x_2$.
$\boxed{\text{C}}$ $-(1 + i)x_1 + 2(1 - i)x_2$. $\boxed{\text{D}}$ $(1 + i)x_1 + 2(1 - i)x_2$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 01/09/03

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** _ _ _ _ _ _

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Risposte esatte

. .

1. F

2. F

3. V

4. V

5. F

6. A

7. B

8. C

9. D

10. B

11. C

12. A

13. B

14. D

15. C