UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 01/02/03

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** _ _ _ _ _ _

1. L'insieme $\left\{p(x) \in \mathbb{R}[x] : \int_0^1 p(t)^3 \, dt = 0\right\}$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}[x]$? $\boxed{V}$ / $\boxed{F}$

2. Se $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ e $B \in \mathcal{M}_{n\times(n-1)}(\mathbb{R})$, la $\mathbb{R}^n \ni v \mapsto \det(A \cdot (B\, v)) \in \mathbb{R}$ è lineare? $\boxed{V}$ / $\boxed{F}$

3. Esistono infiniti $z \in \mathbb{C}$ tali che $\overline{z}^{10} - 4i\overline{z}^7 = 3 + i$? $\boxed{V}$ / $\boxed{F}$

4. La proiez. ortog. di $\mathbb{R}^4$ sul sottosp. di equaz. $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$ preserva la norma? $\boxed{V}$ / $\boxed{F}$

5. Se $\mathcal{B}$ e $\mathcal{B}'$ sono basi di V e $\mathcal{B}' = \mathcal{B} \cdot A$, ne segue che $\det(A) \neq 0$? $\boxed{V}$ / $\boxed{F}$

6. Se $f : \mathbb{R}^7 \to \mathbb{R}^3$ è lineare e surgettiva, qual è la minima dimensione possibile per un sottospazio $X \subset \mathbb{R}^7$ tale che $X + \mathrm{Ker}(f) = \mathbb{R}^7$? $\boxed{A}$ 1. $\boxed{B}$ 2. $\boxed{C}$ 3. $\boxed{D}$ 4.

7. Per quanti $k \in \mathbb{C}$ esiste $f : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$ lineare tale che $f\begin{pmatrix} i \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ i-1 \end{pmatrix}$, $f\begin{pmatrix} k \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix}$, $f\begin{pmatrix} 0 \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -k \\ k \end{pmatrix}$? $\boxed{A}$ Tutti. $\boxed{B}$ Nessuno. $\boxed{C}$ Due. $\boxed{D}$ Uno.

8. Se $\mathcal{B} = \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$ e $v = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, chi è $[v]_{\mathcal{B}}$?

$\boxed{A}$ $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. $\boxed{B}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. $\boxed{C}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. $\boxed{D}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

9. Per un sistema non omogeneo di 6 equazioni in 5 incognite, quale è giusta?
$\boxed{A}$ Se c'è una soluzione ce ne sono infinite. $\boxed{B}$ Se c'è una soluzione è unica.
$\boxed{C}$ C'è sempre una soluzione. $\boxed{D}$ Nessuna delle precedenti.

10. Che rango ha la matrice $\begin{pmatrix} 1 & i & 0 & 2i \\ i & 2 & 3i & 1 \\ 1+i & -1 & 1 & i-2 \end{pmatrix}$? $\boxed{A}$ 4. $\boxed{B}$ 3. $\boxed{C}$ 2. $\boxed{D}$ 1.

11. Se $x_0 \in \mathbb{R}^6$, $B \in \mathcal{M}_{6\times 4}(\mathbb{R})$ e $F = \{x_0 + B \cdot t : \ t \in \mathbb{R}^4\}$, con quante equazioni cartesiane si può definire F? $\boxed{A}$ Almeno due. $\boxed{B}$ Due. $\boxed{C}$ Al più due. $\boxed{D}$ Sia più di due che meno di due.

12. Quanto fa $\det\begin{pmatrix} i & 0 & 1 \\ -1 & i & -i \\ 0 & 1+i & -1 \end{pmatrix}$? $\boxed{A}$ $1 - 2i$. $\boxed{B}$ $-1 - 2i$. $\boxed{C}$ $1 + 2i$. $\boxed{D}$ $-1 + 2i$.

13. Quale dei seguenti vettori di $\mathbb{R}^3$ è unitario e ortogonale a $\mathrm{Span}(e_1 - e_2 + 2e_3, e_1 + e_2 - e_3)$?
$\boxed{A}$ $\frac{1}{\sqrt{14}}(-e_1 + 3e_2 + 2e_3)$. $\boxed{B}$ $\frac{1}{14}(-e_1 + 3e_2 + 2e_3)$.
$\boxed{C}$ $\frac{1}{\sqrt{14}}(-e_1 - 3e_2 + 2e_3)$. $\boxed{D}$ $\frac{1}{14}(-e_1 - 3e_2 + 2e_3)$.

14. Quale dei seguenti vettori di $\mathbb{C}^3$ è ortogonale sia a $\begin{pmatrix} 1 \\ i \\ i \end{pmatrix}$ che a $\begin{pmatrix} i \\ 1 \\ 1+i \end{pmatrix}$?

$\boxed{A}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix}$. $\boxed{B}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ -2-i \\ 2 \end{pmatrix}$. $\boxed{C}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ i-2 \\ 2 \end{pmatrix}$. $\boxed{D}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

15. Quale dei seguenti **non** è un autovalore di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 9 & -11 \\ 0 & 7 & -9 \end{pmatrix}$? $\boxed{A}$ 1. $\boxed{B}$ -1. $\boxed{C}$ 2. $\boxed{D}$ -2.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 01/02/03

Nome ______________ **Cognome** ______________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Risposte esatte

. .

1. F

2. V

3. F

4. F

5. V

6. C

7. D

8. B

9. D

10. C

11. A

12. B

13. A

14. C

15. B

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.