



Matematica III — Quiz del 28/9/02

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. Se  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  è un aperto limitato e  $\partial\Omega$  è una superficie, può  $\partial\Omega$  non essere orientabile?  V /  F
2. La soluzione  $x$  dell'equazione  $x' = (x - t)^2$  tale che  $x(0) = 0$  esiste su tutto  $[0, \infty)$ ?  V /  F
3. Se  $\sum a_n z^n$  converge per  $z = 1$ , converge necessariamente anche per  $z = i$ ?  V /  F
4. È vero che  $\partial/\partial\bar{z}(|z|^4)$  si annulla per  $z = 0$ ?  V /  F
5. Sia  $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{C}$  tale che la sua serie di Fourier  $\sum \alpha_n \cdot e_n$  converga a  $f$  uniformemente su  $[-\pi, \pi]$ . Sia  $F(t) = \int_0^t f(s) ds$ . È sempre vero che  $F$  è la somma della serie  $\sum_{n \neq 0} \frac{\alpha_n}{in} \cdot e_n$ ?  V /  F
6. Si considerino la curva  $\alpha : [0, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}^2$  data da  $\alpha(t) = (\cos(t), \sin(t))$  e la funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $f(x, y) = 2xy$ . Quanto fa  $\int_{\alpha} f$ ?  A 1/2.  B 1.  C -1.  D -1/2.
7. Se  $Q = [0, 1] \times [0, 1]$  e  $\omega(x, y) = y dx + \cos y \cdot e^{\sin y} dy$ , quanto fa  $\int_{\partial Q} \omega$ ?  A 0.  B 1.  C -1.  D e.
8. Sia  $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0\}$ , sia  $v(x, y, z) = (-y, x, \sin(xyz))$ , sia  $n$  la normale unitaria a  $\Sigma$ . Quanto fa  $\int_{\Sigma} \langle \text{rot}(v) | n \rangle$ ?  A 0.  B 1.  C  $\pi$ .  D  $2\pi$ .
9. Sia  $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $x'' = 4(x' - x)$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 1$ . Quanto fa  $x(1)$ ?  A  $e^2$ .  B  $e^2/2$ .  C e.  D 1/2.
10. Sia  $(a_n)_{n=0}^{\infty}$  la soluzione dell'equazione  $a_{n+3} + a_{n+2} - 4a_{n+1} - 4a_n = 0$  tale che  $a_0 = 2$ ,  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 5$ . Quanto fa  $a_{10}$ ?  A 1023.  B 1025.  C 2047.  D 2048.
11. Per  $n \in \mathbb{N}$  sia  $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  continua e derivabile con  $f'_n > 0$ . Sia  $(f_n)_{n=0}^{\infty}$  uniformemente convergente su  $[0, 1]$  a una  $f$ . Quale delle seguenti può **non** valere per  $f$ ?  A È continua.  B È limitata.  C È derivabile.  D È non decrescente.
12. Sia  $f \in \mathcal{H}(\Omega)$  tale che  $|f|$  sia limitato su  $\Omega$ . Si può concludere che  $f$  è costante se  $\Omega$  è:  A  $\Delta$ .  B  $\mathbb{C}$ .  C  $\{z \in \mathbb{C} : |\text{Re}(z)| < 1\}$ .  D Nessuno dei precedenti.
13. Siano  $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |\text{Re}(z)| < 1, |\text{Im}(z)| < 1\}$  e  $f \in \mathcal{H}(\Omega)$ . Quale delle seguenti garantisce che  $f$  è nulla su  $\Omega$ ?  A  $f(\frac{1+i}{n+1}) = 0$ .  B  $f(\frac{n}{n+1}) = 0$ .  C  $f(\frac{1+in}{n+1}) = 0$ .  D  $f(\frac{n(1+i)}{n+1}) = 0$ .
14. Quanto fa  $\int_{|z|=2} \frac{z^2}{z^2-2z-3} dz$ ?  A 0.  B  $-\pi i$ .  C  $-2\pi i$ .  D  $-\pi i/2$ .
15. Sia  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  tale che esista la sua trasformata di Fourier  $h = \mathcal{F}(g)$ . Quale è vera?  A  $g = h$ .  B  $g = \mathcal{F}(h)$ .  C  $g(t) = \frac{1}{2\pi} \mathcal{F}(h)(-t)$  per ogni  $t$ .  D Nessuna delle precedenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono  $\pm 3$  punti, le altre  $+3/-1$  punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.



---

Matematica III — Quiz del 28/9/02

---

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

- 1. V F
- 2. V F
- 3. V F
- 4. V F
- 5. V F
- 6. A B C D
- 7. A B C D
- 8. A B C D
- 9. A B C D
- 10. A B C D
- 11. A B C D
- 12. A B C D
- 13. A B C D
- 14. A B C D
- 15. A B C D

---

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

---



## Risposte esatte

. . .

1. F

2. V

3. F

4. V

5. F

6. B

7. C

8. D

9. A

10. B

11. C

12. B

13. A

14. D

15. C