



Matematica III — Quiz del 16/2/02

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. È chiusa la forma $(xy - e^z) dx dy + (x e^z + y^2) dy dz$? V / F
2. Il vettore $(1, 1)$ è tangente alla curva di equazione $e^x \cos(x + y) = 1$ nel punto $(0, 0)$? V / F
3. L'equazione $x' = x^3 e^t$ ammette soluzioni definite su tutto \mathbb{R} ? V / F
4. Per $n \geq 1$ sia $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ continua, a valori positivi, decrescente e tale che $f_n(0) = 1/n^2$.
Ne segue che $\sum_{n=1}^{\infty} f_n$ è continua? V / F
5. Se $u, v : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$ e $u + iv$ è olomorfa, lo è anche $v + iu$? V / F
6. Sia ω una 1-forma su $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ tale che $d\omega = 0$. Esiste necessariamente f tale che $\omega = df$?
 A Sì, sempre. B Sì se $\Omega = \{x \in \mathbb{R}^2 : \|x\| > 1\}$.
 C Sì se $\Omega = \mathbb{R}^2 \setminus \mathbb{Z}^2$. D Sì se $\Omega = \{x \in \mathbb{R}^2 : |x_1| + |x_2| < 1\}$.
7. Sia L la lunghezza della curva $\alpha : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ data da $\alpha(t) = (\frac{1}{3}t^3, \frac{1}{4}t^4)$. Quale è vera?
 A $1/3 < L < \sqrt{2}/3$. B $\sqrt{2}/3 < L < 1/2$. C $1/2 < L < 1/\sqrt{2}$. D $L = 0$.
8. Siano $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 \leq 1, y = x^2 + z^2\}$, $v(x, y, z) = ((1 - y)x, x^2 y^2 z^2, \sin(\pi y) z^3)$ ed n la normale a Σ . Quanto fa $\int_{\Sigma} \langle \text{rot}(v) | n \rangle$? A 0. B 1. C $\sqrt{\pi}$. D π .
9. Sia x la soluzione di $x'' - 2x' + 2x$ con $x(0) = 0$ e $x'(0) = 1$. Quanto fa $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t)$?
 A 0. B Non esiste. C $-\infty$. D $+\infty$.
10. Che tipo di punto è $(0, 0)$ per il sistema $\begin{cases} x' = y e^x \\ y' = \sin(y) - x \end{cases}$? A Stazionario attrattivo.
 B Stazionario repulsivo. C Stazionario di tipo sella. D Non stazionario.
11. Può una forma $A(x, y) dx + B(x, y) dy$ essere riscritta come $f(z) dz$?
 A Sì, sempre. B Sì se $A + iB \equiv 0$. C Sì se $A - iB \equiv 0$. D Sì solo se $A \equiv B \equiv 0$.
12. Quanto fa $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{2x^2 + 1}$? A $\pi/\sqrt{2}$. B $\sqrt{2}\pi$. C $\pi/2$. D 2π .
13. Siano $f, g \in \mathcal{H}(\mathbb{C})$ e sia $h(z) = f(z)/g(z)$. Quali sono in generale i poli di h ?
 A Alcuni degli zeri di f . B Tutti gli zeri di f .
 C Alcuni degli zeri di g . D Tutti gli zeri di g .
14. Sia $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(t) = 1$ per $|t| \leq \pi/2$ e $f(t) = 0$ altrimenti. Siano $\{a_n : n \geq 0\}$ e $\{b_n : n \geq 1\}$ i suoi coefficienti di Fourier reali. Allora: A $b_n \neq 0$ per infiniti n .
 B $b_n \neq 0$ per ogni n . C $a_n \neq 0$ per infiniti n . D $a_n = 0$ per $n \geq 4$.
15. Sia $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{C}$ e sia \mathcal{L} la trasformazione di Laplace. È vero che $\mathcal{L}(f')(z) = z \cdot \mathcal{L}(f)(z)$?
 A Sì, sempre. B Sì se f è periodica. C Sì se $f'(0) = 0$. D Sì se $f(0) = 0$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.



Matematica III — Quiz del 16/2/02

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

- 1. V F
- 2. V F
- 3. V F
- 4. V F
- 5. V F
- 6. A B C D
- 7. A B C D
- 8. A B C D
- 9. A B C D
- 10. A B C D
- 11. A B C D
- 12. A B C D
- 13. A B C D
- 14. A B C D
- 15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.



Risposte esatte

1. V

2. F

3. V

4. V

5. F

6. D

7. A

8. A

9. B

10. B

11. B

12. A

13. C

14. C

15. D