



 Matematica III — Quiz del 12/01/02

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. La curva $\alpha : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ dove $\alpha(t) = (\cos(\pi t), t(1-t^2))$ è bordo di un aperto di \mathbb{R}^2 ? V / F
2. Se $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ è iniettiva e $\det(Jf) \neq 0$ in ogni punto, ne segue che f è surgettiva? V / F
3. Le soluzioni dell'equazione $x' = x^2 t^2$ sono tutte definite su tutto \mathbb{R} ? V / F
4. Se f ha in z_0 un polo di ordine 2, ne segue che il residuo di f in z_0 è nullo? V / F
5. Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ con $g(t) = f(-t)$ per ogni t . Siano $F = \mathcal{F}(f)$ e $G = \mathcal{F}(g)$ le trasformate di Fourier. È vero che $G(x) = F(-x)$ per ogni x ? V / F
6. Quanto fa $\int_{\alpha} x^2 dy$ dove $\alpha : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}^2$ è data da $\alpha(t) = (t^2, \log(t))$?
 A 15/4. B 31/5. C 7/3. D 3/2.
7. Sia $\sigma : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da $\sigma(u, v) = (1 + u, uv, u^2)$. Quanto misura l'area della superficie parametrizzata da σ ?
 A 1. B $(5^{3/2} - 1)/12$. C $(2^{3/2} - 1)/3$. D π .
8. Sia $\alpha : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da $\alpha(t) = (\cos(t), \sin(t), \sin^2(t/2))$.
 Quanto fa $\int_{\alpha} (2xz e^y dx + x^2 z e^y dy + x^2 e^y dz)$? A $\cosh(1)$. B 0. C 1. D π .
9. Un sistema di 2 equazioni differenziali del secondo ordine può essere trasformato in:
 A Una equazione del quarto ordine. B Un sistema di 4 equazioni del primo ordine.
 C Una equazione del secondo ordine. D Un sistema di due equazioni del primo ordine.
10. Sia $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ tale che $a_{n+3} = 4(a_{n+1} + 2a_n) - 2a_{n+2}$, $a_0 = 2$, $a_1 = 0$, $a_2 = 8$. Quanto fa $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^{-n} a_n$?
 A 0. B 1. C Non esiste. D $+\infty$.
11. Sia $f \in \mathcal{H}(\{z : |z| < 1\})$ iniettiva e tale che f' non si annulla mai. Siano $\alpha, \beta : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{C}$ le curve $\alpha(t) = f(t)$ e $\beta(t) = f(it)$. Tali curve:
 A Possono non incontrarsi.
 B Si incontrano infinite volte. C Dove si incontrano hanno la stessa direzione tangente.
 D Dove si incontrano sono ortogonali tra loro.
12. Che raggio di convergenza ha lo sviluppo di Taylor in $z_0 = 1$ della $f(z) = \frac{\cos(1/z)}{z-i}$?
 A 0. B 1. C $\sqrt{2}$. D $+\infty$.
13. Quanto fa $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x-i)^2(x^2+1)}$? A 0. B $\pi/2$. C $-\pi/4$. D $-i\pi$.
14. Quanto fa $\frac{1}{2\pi i} \int_{|z-i|=1} \frac{dz}{z^4-1}$? A 0. B $i/4$. C $-i/2$. D $+\infty$.
15. Sia $f : [-\pi, +\pi] \rightarrow \mathbb{C}$ derivabile e tale che $\int_{-\pi}^{+\pi} e^{-int} f(t) dt = 0$ per ogni $n \in \mathbb{Z}$ pari. Allora:
 A f è pari. B f è dispari. C f è sempre nulla. D Nessuna delle precedenti.

 Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.



Matematica III — Quiz del 12/01/02

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F
2. V F
3. V F
4. V F
5. V F
6. A B C D
7. A B C D
8. A B C D
9. A B C D
10. A B C D
11. A B C D
12. A B C D
13. A B C D
14. A B C D
15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.



Risposte esatte

1. V

2. F

3. F

4. F

5. V

6. A

7. B

8. C

9. B

10. C

11. D

12. B

13. C

14. B

15. D