




---

 Matematica III — Quiz del 9/9/02
 

---

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. Se  $Q = [0, 1] \times [0, 1]$  e  $v : Q \rightarrow \mathbb{R}^2$  è nullo su  $\partial Q$ , è vero che  $\int_Q \operatorname{div}(v) = 0$ ?  V /  F
2. Se  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(0) = 0$  e  $\frac{\partial f}{\partial x_1}(0) + \frac{\partial f}{\partial x_2}(0) = 1$ , può essere  $f(x) = 0$  solo per  $x = 0$ ?  V /  F
3. L'insieme delle soluzioni dell'equazione alle differenze  $a_{n+2} = n^2 \cdot a_{n+1} - a_n$  è un sottospazio vettoriale dello spazio delle successioni reali?  V /  F
4. Se  $f, g \in \mathcal{H}(\mathbb{C} \setminus \{0\})$  hanno in 0 dei poli, può  $f \cdot g$  avere una singolarità essenziale?  V /  F
5. Sia  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{C}$  e  $\mathcal{L}$  la trasformazione di Laplace. Si ha sempre  $\mathcal{L}(f)' = \mathcal{L}(f')$ ?  V /  F
6. Si consideri la curva  $\alpha : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$  data da  $\alpha(t) = (t^2, t^3)$ . La sua lunghezza è:  
 A 0.     B 1.     C  $\sqrt{2}$ .     D Nessuna delle precedenti.
7. Se  $\Sigma \subset \mathbb{R}^3$  è una superficie, quale è vera in generale su  $\partial\Sigma$ ?  A Consiste di curve (anche nessuna).  
 B È vuoto.     C Consiste di una singola curva.     D Consiste di una o più curve.
8. Siano  $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, z = \sqrt{x^2 + y^2}\}$  e  $\omega(x, y, z) = x \, dy + \cos(xy) \, dz$ .  
 Quanto fa  $\int_{\Sigma} d\omega$ ?     A 0.     B  $\pi$ .     C 1.     D  $\cos(1)$ .
9. Quale dei seguenti sistemi equivale all'equazione differenziale  $x'' = 4x' + x^2$ ?  
 A  $\begin{cases} u' = u, \\ v' = 4v + v^2. \end{cases}$      B  $\begin{cases} u'' = v, \\ v'' = 4v' + u^2. \end{cases}$      C  $\begin{cases} u' = v, \\ v' = 4v + u^2. \end{cases}$      D  $\begin{cases} u' = 4v + u^2, \\ v' = u. \end{cases}$
10. Sia  $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $x'' = x' + 6x$ ,  $x(0) = 1$ ,  $x'(0) = 3$ . Quanto fa  $x(\log 2)$ ?  
 A 1.     B 0.     C  $1/4$ .     D 8.
11. Quale delle seguenti condizioni **non** assicura che la serie  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{2^n}$  converga?  
 A  $|a_{n+1}| < 2|a_n|$ .     B  $|a_n| < n$ .     C  $|a_n| < 100$ .     D  $a_n = (-2)^n / (n+1)$ .
12. Sia  $f : \Delta \rightarrow \mathbb{C}$  olomorfa iniettiva. Siano  $\alpha, \beta : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{C}$  le curve date da  $\alpha(t) = f(t)$  e  $\beta(t) = f(it)$ . Quale è vera per  $\alpha$  e  $\beta$ ?  A Sono disgiunte.     B Si incontrano infinite volte.  
 C Si incontrano ortogonalmente in un punto.     D Possono non essere derivabili.
13. Se  $Q = \{z \in \mathbb{C} : |\operatorname{Re}(z)| + |\operatorname{Im}(z)| < 1\}$  e  $f \in \mathcal{H}(Q)$ , quanto vale almeno il raggio di convergenza della serie di Taylor di  $f$  in 0?  A  $\infty$ .     B  $\sqrt{2}$ .     C  $1/\sqrt{2}$ .     D 1.
14. Siano  $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |z-2| < 1\} \cup \{z \in \mathbb{C} : |z+2| < 1\}$  e  $f \in \mathcal{H}(\Omega)$ . Quale delle seguenti garantisce che  $f$  è nulla su  $\Omega$ ?  A  $f^{(n)}(2) = f^{(n)}(-2) = 0$ .     B  $f(\frac{n+2}{n+1}) = f^{(n)}(-2) = 0$ .  
 C  $f(\frac{n+2}{n+1}) = f(-\frac{n+2}{n+1}) = 0$ .     D Nessuna delle precedenti.
15. Sia  $f(t) = t$  per  $|t| \leq \pi$  e siano  $(a_n)_{n=0}^{\infty}$  e  $(b_n)_{n=1}^{\infty}$  i coefficienti di Fourier reali di  $f$ .  
 Quale delle seguenti è **falsa**?  
 A  $b_n \neq 0$  per infiniti  $n$ .     B  $a_n = 0$  per ogni  $n$ .     C  $b_1 = 2$ .     D Nessuna delle precedenti.

---

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono  $\pm 3$  punti, le altre  $+3/-1$  punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

---

 1.   2.   3.   4.   5.   6.   7.   8.   9.   10.
 

---



Matematica III — Quiz del 9/9/02

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F
2. V F
3. V F
4. V F
5. V F
6. A B C D
7. A B C D
8. A B C D
9. A B C D
10. A B C D
11. A B C D
12. A B C D
13. A B C D
14. A B C D
15. A B C D

---

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

---



## Risposte esatte

1. V

2. F

3. V

4. F

5. F

6. D

7. A

8. B

9. C

10. D

11. A

12. C

13. C

14. A

15. D