UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 28/9/02

Nome ______ **Cognome** ______ **Matricola** ______

1. Dati due vettori in $\mathbb{C}^3$, è sempre possibile aggiungerne un terzo ottenendo una base? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Se $f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^m$ ha rango k, è sempre vero che esistono basi $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ tali che $[f]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}}$ ha esattamente k coefficienti non nulli? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Se $A\in\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{C})$, è sempre vero che $\det({}^tA\cdot A)$ è reale non negativo? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Se $A\in\mathcal{M}_{6\times 7}(\mathbb{C})$ ha rango 4, possono tutte le sue sottomatr. 3×3 avere det. nullo? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. In $\mathbb{C}^4$ ci sono infiniti vettori unitari ortogonali a $\{z\in\mathbb{C}^4:\ z_1+iz_2-z_3-iz_4=0\}$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Per quanti valori di k il sottoinsieme di $\mathbb{R}^3$ di equazione $2x+(k^2-k)\sin(y)+(1-k^2)yz=k^2+k$ è un sottospazio vettoriale? $\boxed{\text{A}}$ Tre. $\boxed{\text{B}}$ Uno. $\boxed{\text{C}}$ Nessuno. $\boxed{\text{D}}$ Due.

7. Se $X=\{x\in\mathbb{R}^3:\ x_1+x_2+x_3=0\}$, qual è la dimensione minima possibile per un sottospazio Y di $\mathbb{R}^3$ tale che $X\cap Y=\{0\}$? $\boxed{\text{A}}$ 3. $\boxed{\text{B}}$ 2. $\boxed{\text{C}}$ 1. $\boxed{\text{D}}$ 0.

8. Sia $f:\mathbb{R}^4\to\mathbb{R}^5$ lineare tale che $\mathrm{Ker}(f)=\{x\in\mathbb{R}^4:\ x_1=x_2=x_3=x_4\}$. Qual è la minima dimensione possibile per un sottosp. X di $\mathbb{R}^5$ tale che $X+\mathrm{Im}(f)=\mathbb{R}^5$? $\boxed{\text{A}}$ 2. $\boxed{\text{B}}$ 3. $\boxed{\text{C}}$ 4. $\boxed{\text{D}}$ 0.

9. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$ data da $f\begin{pmatrix} x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2x+y\\ -x+y\\ 2y\end{pmatrix}$, siano $\mathcal{B}=(2e_1+e_2,e_1+e_2)$ e $\mathcal{C}=(e_3,e_1-e_2,e_2)$. Quale delle seguenti è $[f]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}}$? $\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix}2&1\\-1&1\\0&2\end{pmatrix}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix}2&2\\5&3\\4&3\end{pmatrix}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix}0&2\\2&1\\1&2\end{pmatrix}$. $\boxed{\text{D}}$ $\begin{pmatrix}5&3\\-1&0\\2&2\end{pmatrix}$.

10. Per $k\in\mathbb{R}$ si consideri il sistema lineare $\begin{cases}x-y-2z=3\\ 2x-y-z=1\\ -5x+2y+z=k\end{cases}$. Quante sono le sue soluzioni?

$\boxed{\text{A}}$ Nessuna, per ogni k. $\boxed{\text{B}}$ Una se $k=0$, infinite altrimenti.
$\boxed{\text{C}}$ Infinite se $k=0$, nessuna altrimenti. $\boxed{\text{D}}$ Una se $k=0$, nessuna altrimenti.

11. In $\mathbb{R}^5$ siano $X=e_1+\mathrm{Span}(e_2,e_3)$ e $Y=e_2+\mathrm{Span}(e_1,e_4,e_5)$. Quale è vera? $\boxed{\text{A}}$ Sono disgiunti. $\boxed{\text{B}}$ Sono paralleli. $\boxed{\text{C}}$ Hanno la stessa dimensione. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

12. Che dimensione ha il sottospazio vettoriale di $\mathbb{C}^4$ di equazioni $z_1+(1+i)z_2-2iz_3+(1-i)z_4=0$, $(1+i)z_1+2iz_2+2(1-i)z_3+2z_4=0$, e $(1-i)z_1+2z_2-2(1+i)z_3-2iz_4=0$?
$\boxed{\text{A}}$ 3. $\boxed{\text{B}}$ 2. $\boxed{\text{C}}$ 1. $\boxed{\text{D}}$ 0.

13. Quale delle seguenti coppie di vettori genera un piano ortogonale al vettore $(-1,3,2)$?
$\boxed{\text{A}}$ $(1,1,-1),\ (1,4,-4)$. $\boxed{\text{B}}$ $(1,3,-4),\ (-1,1,-2)$.
$\boxed{\text{C}}$ $(3,1,0),\ (1,1,-2)$. $\boxed{\text{D}}$ $(1,1,1),\ (2,0,1)$.

14. Sia $M\in\mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ e siano v_1 e v_2 tali che $Mv_1=v_1$ e $Mv_2=2v_2$. Quale delle seguenti condizioni assicura che M è diagonalizzabile? $\boxed{\text{A}}$ v_1 e v_2 sono linearmente indipendenti.
$\boxed{\text{B}}$ Esiste v_3 diverso da v_1 tale che $Mv_3=v_3$. $\boxed{\text{C}}$ $\det(M)=0$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

15. Sia $f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^n$ lineare, siano $\mathcal{B}_1$ e $\mathcal{B}_2$ basi di $\mathbb{R}^n$, e siano $M_1=[f]_{\mathcal{B}_1}^{\mathcal{B}_1}$ e $M_2=[f]_{\mathcal{B}_2}^{\mathcal{B}_2}$. Quale delle seguenti può **non** valere? $\boxed{\text{A}}$ $\det(M_1)=\det(M_2)$. $\boxed{\text{B}}$ $\mathrm{tr}(M_1)=\mathrm{tr}(M_2)$.
$\boxed{\text{C}}$ $\det(\mathrm{I}_n-M_1)=\det(\mathrm{I}_n-M_2)$. $\boxed{\text{D}}$ $M_1^n=M_2^n$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 28/9/02

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Risposte esatte

. .

1. F

2. V

3. F

4. F

5. V

6. C

7. D

8. A

9. B

10. C

11. D

12. A

13. B

14. C

15. D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.