UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 25/6/02

Nome __________ **Cognome** __________ **Matricola** _ _ _ _ _ _

1. Il sottoinsieme di $\mathbb{R}^6$ di equazione $x_1x_2x_3 = x_4x_5x_6$ è un sottospazio vettoriale? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Se $A \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$, è vero che $\det(A^2) \geq 0$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Lo spazio vettoriale $\mathbb{C}[z]$ ha dimensione su $\mathbb{C}$ finita? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Dato un prodotto scalare su uno spazio vettoriale reale, esiste sempre un vettore ortogonale a se stesso? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Se $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ è lineare e $\mathcal{B}, \mathcal{C}$ sono basi di $\mathbb{R}^3$, è possibile che $[f]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}$ abbia una sottomatrice 2×2 tutta nulla e $[f]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{C}}$ una sottomatrice 2×2 uguale a I_2? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Se $X, Y \subset \mathbb{R}^7$ sono sottospazi tali che $\dim(X) = 2$, $\dim(Y) = 3$, $\dim(X \cap Y) = 1$, quale dimensione minima è possibile per un sottospazio Z tale che $X + Y + Z = \mathbb{R}^7$? $\boxed{\text{A}}$ 5. $\boxed{\text{B}}$ 4. $\boxed{\text{C}}$ 3. $\boxed{\text{D}}$ 2.

7. Se $X = \{A \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}) : {}^{\mathrm{t}}A = A\}$ e $f : X \to \mathbb{R}^{13}$ è lineare, che dimensione può avere al massimo $\mathrm{Im}(f)$? $\boxed{\text{A}}$ 0. $\boxed{\text{B}}$ 13. $\boxed{\text{C}}$ 4. $\boxed{\text{D}}$ 3.

8. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ data da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix}$. Sia $\mathcal{E} = (e_1, e_2)$ la base canonica di $\mathbb{R}^2$ e $\mathcal{B} = (e_1 + e_2, e_1 + 2e_2)$. Quale delle seguenti è $[f]_{\mathcal{E}}^{\mathcal{B}}$?
$\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{D}}$ $\begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.

9. Quante soluzioni può avere un sistema lineare non omogeneo di tre equazioni in tre incognite?
$\boxed{\text{A}}$ Una, nessuna o infinite. $\boxed{\text{B}}$ Una o nessuna. $\boxed{\text{C}}$ Una o infinite. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna o infinite.

10. Sia $A \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{C})$ e B ottenuta da A scartando la prima riga e la prima colonna. Quale è vera?
$\boxed{\text{A}}$ Se $\det(B) \neq 0$ allora $\det(A) \neq 0$. $\boxed{\text{B}}$ Se $\det(A) \neq 0$ allora $\det(B) \neq 0$.
$\boxed{\text{C}}$ Se $\det(B) \neq 0$ allora $\mathrm{rank}(A) \geq 3$. $\boxed{\text{D}}$ Se $\mathrm{rank}(A) \geq 3$ allora $\det(B) \neq 0$.

11. Quale delle seguenti è una descrizione parametrica del piano in $\mathbb{R}^3$ di equazione cartesiana $2x - y + 3z = 2$? $\boxed{\text{A}}$ $\left\{\begin{pmatrix} 2t \\ -t-2 \\ 3t \end{pmatrix} : t \in \mathbb{R}\right\}$. $\boxed{\text{B}}$ $\left\{\begin{pmatrix} 2t \\ -s+2 \\ 3u \end{pmatrix} : s, t, u \in \mathbb{R}\right\}$.
$\boxed{\text{C}}$ $\left\{\begin{pmatrix} t \\ 2t+3s+2 \\ s \end{pmatrix} : s, t \in \mathbb{R}\right\}$. $\boxed{\text{D}}$ $\left\{\begin{pmatrix} 3t \\ 6s+1 \\ 1+2s-2t \end{pmatrix} : s, t \in \mathbb{R}\right\}$.

12. Quale è vera per le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione $(z-1)^8 = 1$? $\boxed{\text{A}}$ Giacciono su una retta.
$\boxed{\text{B}}$ Giacciono su una circonferenza. $\boxed{\text{C}}$ Sono tutte non nulle. $\boxed{\text{D}}$ Hanno tutte molteplicità 7.

13. Quale delle seguenti equazioni cartesiane descrivono una retta passante per $(1,1,1)$ e ortogonale al piano in $\mathbb{R}^3$ di equazione $2x + y - z = 3$?
$\boxed{\text{A}}$ $\begin{cases} x + 2z = 3 \\ y + z = 2 \end{cases}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{cases} x - 2z = -1 \\ y - z = 0 \end{cases}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{cases} x + 2z = 4 \\ y + z = 3 \end{cases}$. $\boxed{\text{D}}$ $\begin{cases} x - 2z = -6 \\ y - z = -3 \end{cases}$.

14. Quale dei seguenti è il secondo vettore della base che si ottiene tramite il procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt alla base $e_1 + ie_2, -ie_2$ di $\mathbb{C}^2$?
$\boxed{\text{A}}$ $(ie_1 + e_2)/\sqrt{2}$. $\boxed{\text{B}}$ $(ie_1 - e_2)/\sqrt{2}$. $\boxed{\text{C}}$ $(e_1 - ie_2)/\sqrt{2}$. $\boxed{\text{D}}$ $(e_1 + ie_2)/\sqrt{2}$.

15. Se $M \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ è antisimmetrica, quale delle seguenti può **non** valere? $\boxed{\text{A}}$ $\det(M) = 0$.
$\boxed{\text{B}}$ M è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$. $\boxed{\text{C}}$ M è diagonalizzabile su $\mathbb{C}$. $\boxed{\text{D}}$ ${}^{\mathrm{t}}M \cdot M = M \cdot {}^{\mathrm{t}}M$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 25/6/02

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Risposte esatte

. .

1. F

2. V

3. F

4. V

5. V

6. C

7. D

8. B

9. A

10. C

11. D

12. B

13. A

14. C

15. B