



 Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 25/6/02

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Il sottoinsieme di \mathbb{R}^6 di equazione $x_1x_2x_3 = x_4x_5x_6$ è un sottospazio vettoriale? V / F
2. Se $A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$, è vero che $\det(A^2) \geq 0$? V / F
3. Lo spazio vettoriale $\mathbb{C}[z]$ ha dimensione su \mathbb{C} finita? V / F
4. Dato un prodotto scalare su uno spazio vettoriale reale, esiste sempre un vettore ortogonale a se stesso? V / F
5. Se $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ è lineare e \mathcal{B}, \mathcal{C} sono basi di \mathbb{R}^3 , è possibile che $[f]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}$ abbia una sottomatrice 2×2 tutta nulla e $[f]_{\mathcal{C}}^{\mathcal{C}}$ una sottomatrice 2×2 uguale a I_2 ? V / F
6. Se $X, Y \subset \mathbb{R}^7$ sono sottospazi tali che $\dim(X) = 2$, $\dim(Y) = 3$, $\dim(X \cap Y) = 1$, quale dimensione minima è possibile per un sottospazio Z tale che $X + Y + Z = \mathbb{R}^7$? A 5. B 4. C 3. D 2.
7. Se $X = \{A \in \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) : {}^tA = A\}$ e $f: X \rightarrow \mathbb{R}^{13}$ è lineare, che dimensione può avere al massimo $\text{Im}(f)$? A 0. B 13. C 4. D 3.
8. Sia $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ data da $f\left(\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x-y \\ x+y \end{pmatrix}$. Sia $\mathcal{E} = (e_1, e_2)$ la base canonica di \mathbb{R}^2 e $\mathcal{B} = (e_1 + e_2, e_1 + 2e_2)$. Quale delle seguenti è $[f]_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}}$?
 A $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. B $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. C $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. D $\begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.
9. Quante soluzioni può avere un sistema lineare non omogeneo di tre equazioni in tre incognite?
 A Una, nessuna o infinite. B Una o nessuna. C Una o infinite. D Nessuna o infinite.
10. Sia $A \in \mathcal{M}_{4 \times 4}(\mathbb{C})$ e B ottenuta da A scartando la prima riga e la prima colonna. Quale è vera?
 A Se $\det(B) \neq 0$ allora $\det(A) \neq 0$. B Se $\det(A) \neq 0$ allora $\det(B) \neq 0$.
 C Se $\det(B) \neq 0$ allora $\text{rank}(A) \geq 3$. D Se $\text{rank}(A) \geq 3$ allora $\det(B) \neq 0$.
11. Quale delle seguenti è una descrizione parametrica del piano in \mathbb{R}^3 di equazione cartesiana $2x - y + 3z = 2$?
 A $\left\{ \begin{pmatrix} 2t \\ -t-2 \\ 3t \end{pmatrix} : t \in \mathbb{R} \right\}$. B $\left\{ \begin{pmatrix} 2t \\ -s+2 \\ 3u \end{pmatrix} : s, t, u \in \mathbb{R} \right\}$.
 C $\left\{ \begin{pmatrix} t \\ 2t+3s+2 \\ s \end{pmatrix} : s, t \in \mathbb{R} \right\}$. D $\left\{ \begin{pmatrix} 3t \\ 6s+1 \\ 1+2s-2t \end{pmatrix} : s, t \in \mathbb{R} \right\}$.
12. Quale è vera per le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione $(z-1)^8 = 1$? A Giacciono su una retta.
 B Giacciono su una circonferenza. C Sono tutte non nulle. D Hanno tutte molteplicità 7.
13. Quale delle seguenti equazioni cartesiane descrivono una retta passante per $(1, 1, 1)$ e ortogonale al piano in \mathbb{R}^3 di equazione $2x + y - z = 3$?
 A $\begin{cases} x + 2z = 3 \\ y + z = 2 \end{cases}$. B $\begin{cases} x - 2z = -1 \\ y - z = 0 \end{cases}$. C $\begin{cases} x + 2z = 4 \\ y + z = 3 \end{cases}$. D $\begin{cases} x - 2z = -6 \\ y - z = -3 \end{cases}$.
14. Quale dei seguenti è il secondo vettore della base che si ottiene tramite il procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt alla base $e_1 + ie_2, -ie_2$ di \mathbb{C}^2 ?
 A $(ie_1 + e_2)/\sqrt{2}$. B $(ie_1 - e_2)/\sqrt{2}$. C $(e_1 - ie_2)/\sqrt{2}$. D $(e_1 + ie_2)/\sqrt{2}$.
15. Se $M \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ è antisimmetrica, quale delle seguenti può **non** valere? A $\det(M) = 0$.
 B M è diagonalizzabile su \mathbb{R} . C M è diagonalizzabile su \mathbb{C} . D ${}^tM \cdot M = M \cdot {}^tM$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.



Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 25/6/02

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

- 1. V F
- 2. V F
- 3. V F
- 4. V F
- 5. V F
- 6. A B C D
- 7. A B C D
- 8. A B C D
- 9. A B C D
- 10. A B C D
- 11. A B C D
- 12. A B C D
- 13. A B C D
- 14. A B C D
- 15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.



Risposte esatte

. . .

1. F

2. V

3. F

4. V

5. V

6. C

7. D

8. B

9. A

10. C

11. D

12. B

13. A

14. C

15. B