UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 13/7/02

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** _ _ _ _ _ _

1. Lo spazio vettoriale $\{p(z) \in \mathbb{C}_{\leq 5}[z] : \ p(i) = 0\}$ ha dimensione 5 su $\mathbb{C}$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Dati $X, Y \subset \mathbb{R}^6$ con $\dim(X) = \dim(Y) = 3$ e $X + Y = \mathbb{R}^6$, può essere $X \cap Y \neq \{0\}$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Se $\mathcal{B}$ è una base di uno spazio V e $[v]_{\mathcal{B}} + [w]_{\mathcal{B}} = 0$, ne segue che $v + w = 0$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Siano $A \in \mathcal{M}_{n\times m}(\mathbb{R})$ e $b_1, b_2 \in \mathbb{R}^n$. Se il sistema lineare $Ax = b_1$ con incognita $x \in \mathbb{R}^m$ ha una sola soluzione, può $Ax = b_2$ averne infinite? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Può una $A \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{C})$ invertibile avere una sottomatrice 2×2 tutta di zeri? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Data una terna di vettori in $\mathbb{R}^4$, in quanti modi è possibile aggiungere un vettore ottenendo una base di $\mathbb{R}^4$? $\boxed{\text{A}}$ Nessuno o infiniti. $\boxed{\text{B}}$ Uno o nessuno. $\boxed{\text{C}}$ Sempre infiniti. $\boxed{\text{D}}$ Sempre uno.

7. Se $X = \{x \in \mathbb{R}^4 : \ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0\}$ e $f : \mathbb{R}^8 \to X$ è lineare, che dimensione può avere al minimo $\mathrm{Ker}(f)$? $\boxed{\text{A}}$ 8. $\boxed{\text{B}}$ 5. $\boxed{\text{C}}$ 3. $\boxed{\text{D}}$ 0.

8. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ data da $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2y \\ 3x - y \end{pmatrix}$. Sia $\mathcal{E} = (e_1, e_2)$ la base canonica di $\mathbb{R}^2$ e $\mathcal{B} = (-e_2, e_1)$. Quale delle seguenti è $[f]^{\mathcal{E}}_{\mathcal{B}}$? $\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{D}}$ $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$.

9. Quanto fa $\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$? $\boxed{\text{A}}$ 1. $\boxed{\text{B}}$ -1. $\boxed{\text{C}}$ 2. $\boxed{\text{D}}$ -2.

10. Quale delle seguenti è una descrizione cartesiana in $\mathbb{R}^3$ della retta $\left\{\begin{pmatrix} 1-t \\ 2t-1 \\ t+2 \end{pmatrix} : \ t \in \mathbb{R}\right\}$?

$\boxed{\text{A}}$ $\{x \in \mathbb{R}^3 : \ -x_1 + 2x_2 + x_3 = -1\}$. $\boxed{\text{B}}$ $\{x \in \mathbb{R}^3 : \ x_1 + x_2 - x_3 = -2, \ x_1 - x_2 + 3x_3 = 8\}$.
$\boxed{\text{C}}$ $\{x \in \mathbb{R}^3 : \ 2x_1 + x_2 = 1, \ x_1 + x_3 = 0\}$. $\boxed{\text{D}}$ $\{x \in \mathbb{R}^3 : \ 2x_1 - x_2 = 3, \ x_1 - x_3 = -1\}$.

11. Dati $A \in \mathcal{M}_{3\times 4}(\mathbb{C})$ e $b \in \mathbb{C}^3$, quante soluzioni può avere il sistema lineare $Az = b$ con incognita $z \in \mathbb{C}^4$? $\boxed{\text{A}}$ Nessuna o infinite. $\boxed{\text{B}}$ Una o nessuna. $\boxed{\text{C}}$ Una o infinite. $\boxed{\text{D}}$ Sempre infinite.

12. Quale dei seguenti vettori di $\mathbb{R}^3$ è ortogonale a $(2, 1, -1)$ ed ha norma $\sqrt{3}$?

$\boxed{\text{A}}$ $(1, 1, 3)$. $\boxed{\text{B}}$ $(2, 1, 5)$. $\boxed{\text{C}}$ $(1, -1, 1)$. $\boxed{\text{D}}$ $(1, -\sqrt{2}, 0)$.

13. Quale dei seguenti vettori è ortogonale in $\mathbb{C}^3$ a $(i, 2 - i, 1 + i)$?

$\boxed{\text{A}}$ $(2 + i, 1, 0)$. $\boxed{\text{B}}$ $(1 - i, 0, 1 + i)$. $\boxed{\text{C}}$ $(3i, 1, 1)$. $\boxed{\text{D}}$ $(0, 1 + i, 1 - 2i)$.

14. Quale dei seguenti numeri **non** è un autovalore per $\begin{pmatrix} 11 & 20 & -3 \\ -6 & -11 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$?

$\boxed{\text{A}}$ 2. $\boxed{\text{B}}$ -2. $\boxed{\text{C}}$ 1. $\boxed{\text{D}}$ -1.

15. In $\mathbb{C}^2$ si considerino le basi $\mathcal{B} = (2e_1 - e_2, e_1 + ie_2)$ e $\mathcal{C} = (e_1 - ie_2, -e_2)$ e il vettore v tale che $[v]_{\mathcal{B}} = (i, 1)$. Quale dei seguenti è $[v]_{\mathcal{C}}$?

$\boxed{\text{A}}$ $(1 + 2i, 0)$. $\boxed{\text{B}}$ $((2i - 1)/5, (2 + i)/5)$. $\boxed{\text{C}}$ $(1 + 2i, 2 - i)$. $\boxed{\text{D}}$ $(i, 0)$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

Matematica II (Geometria e Algebra) — Quiz del 13/7/02

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

Risposte esatte

. .

1. V

2. F

3. V

4. F

5. F

6. A

7. B

8. C

9. D

10. B

11. A

12. C

13. D

14. B

15. C

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.