



“Matematica III” – A.A. 2000/2001 – Quiz del 25/11/00

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

- Se $a_n > 0$ per ogni n e $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ converge, è vero che anche $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ converge? V / F
- Se $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ converge a f uniformemente su A e su B , si può concludere che converge a f uniformemente su $A \cup B$? V / F
- L'equazione alle differenze $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 4a_n$ ammette soluzioni costanti? V / F
- Si consideri il sistema autonomo $\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = 2x + y. \end{cases}$
È vero che lungo ogni orbita si ha $\lim_{t \rightarrow +\infty} (x(t), y(t)) = (0, 0)$? V / F
- Sia $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C})$ e $p(z) = \sum_{k=0}^d a_k \cdot z^k \in \mathbb{C}[z]$. Si ponga $F = p(f) = \sum_{k=0}^d a_k \cdot f^k$, dove $f^0 = \text{Id}$ e f^k indica f composta k volte. Si può concludere che $F \in \mathcal{H}(\mathbb{C})$? V / F
- Sia $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ tale che $f(x + iy) = x^2 + y^2$. Allora df vale:
 A $\bar{z} dz + z d\bar{z}$. B $z dz + \bar{z} d\bar{z}$. C $z dz - \bar{z} d\bar{z}$. D 0.
- Quanto fa $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{1/n}$? A 0. B 1. C $+\infty$. D Non esiste.
- Quanto fa $\lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{n=k}^{2k} \frac{1}{n^3}$? A 0. B $+\infty$. C 1. D k^{-2} .
- Qual è il raggio di convergenza della serie di potenze $\sum_{n=0}^{\infty} \cos(n)z^n$?
 A 0. B 1. C π . D $+\infty$.
- Sia $\gamma(t) = (2 + \sin^2(t/2)) \cdot (\cos(2t) + i \sin(2t))$ per $t \in [0, 2\pi]$. Quanto fa $\int_{\gamma} \frac{1}{z} dz$?
 A 0. B $2\pi i$. C $4\pi i$. D $-2\pi i$.
- Sia $f(z) = e^z / \sin(z)$. Che raggio di convergenza ha lo sviluppo di f in serie di potenze centrato nel punto $1 + i$? A $\sqrt{2}$. B π . C $\pi/2$. D $2/\pi$.
- Se Δ_2 è il disco in \mathbb{C} di centro 0 e raggio 2, $f \in \mathcal{H}(\bar{\Delta}_2)$ e $|f(z)| \leq 3$ su $\bar{\Delta}_2$, si può concludere che $|f''(0)|$ non supera: A $3/2$. B $1/2\pi$. C $3/4$. D $3/4\pi$.
- Quanto fa $\cos(\pi + i)$? A $\cosh(\pi)$. B $\sinh(\pi)$. C $-\cosh(1)$. D $-\sinh(1)$.
- Si consideri la successione $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ tale che $\begin{cases} a_{n+2} + 2a_{n+1} + a_n = 0 & \text{per } n \geq 0 \\ a_0 = 1, a_1 = -2. \end{cases}$
Quanto fa a_{1000} ? A -999 . B 999 . C -1001 . D 1001 .
- Si consideri il problema di Cauchy $\begin{cases} x''' + x'' = 4(x' + x) \\ x(0) = 0, x'(0) = -1, x''(0) = 3. \end{cases}$
Quanto fa $\lim_{t \rightarrow -\infty} x(t)$? A 0. B $-\infty$. C Non esiste. D $+\infty$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.♥ 2.◇ 3.♣ 4.♠ 5.♥ 6.♥ 7.◇ 8.♣ 9.♠ 10.♥ 11.♥ 12.◇ 13.♣ 14.♠ 15.♥



Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. V

2. V

3. V

4. F

5. V

6. A

7. B

8. A

9. B

10. C

11. A

12. A

13. C

14. D

15. D



“Matematica III” – A.A. 2000/2001 – Quiz del 25/11/00

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F
2. V F
3. V F
4. V F
5. V F
6. A B C D
7. A B C D
8. A B C D
9. A B C D
10. A B C D
11. A B C D
12. A B C D
13. A B C D
14. A B C D
15. A B C D

1.♥ 2.◇ 3.♣ 4.♠ 5.♥ 6.♥ 7.◇ 8.♣ 9.♠ 10.♥ 11.♥ 12.◇ 13.♣ 14.♠ 15.♥
