



“Matematica III” – A.A. 2000/2001 – Quiz del 22/11/00 (di prova)

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Sia $f_n(x) = \frac{nx^2+x}{n+1}$. La succ. di funz. $\{f_n\}_{n=0}^\infty$ converge uniformemente su tutto \mathbb{R} ? V / F
2. Converge la serie $\sum_{n=0}^\infty \frac{5^n}{n \cdot 4^{n+1}}$? V / F
3. Si consideri l'equazione alle differenze $a_{n+3} = 4a_{n+2} - 5a_{n+1} + 2a_n$. È vero che le uniche soluzioni che hanno limite finito per n che tende a $+\infty$ sono costanti? V / F
4. La soluzione del problema $\begin{cases} x' = x + t^2(x - e^t), \\ x(0) = 2 \end{cases}$ è definita e limitata su $[0, +\infty)$? V / F
5. Esistono funzioni in $\mathcal{H}(\mathbb{C})$ non costanti che assumono solo valori reali? V / F
6. Siano date funzioni f_n reali continue su $[0, 1]$ tali che $f_n(x) > 0$ e $f_{n+1}(x) < f_n(x)$ per ogni n e per ogni x in $[0, 1]$. Allora la successione $\{f_n\}$:
 A Converge puntualmente a una funzione non negativa.
 B Converge puntualmente alla funzione nulla.
 C Converge uniformemente. D Può non convergere puntualmente.
7. Sia $\gamma(t) = t \cdot \cos(1-t) + i(1-t) \cdot \cos(t)$ per $t \in [0, 1]$. Quanto fa $\int_\gamma (3z^2 + 1) dz$?
 A 0. B 1. C 2. D 3.
8. Quanto fa $\lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{n=k}^{k^2} \frac{1}{n}$? A 0. B 1. C $+\infty$. D $\log(k)$.
9. Sia x la soluzione del problema $\begin{cases} x''' - 2x'' - 5x' + 6x = 0, \\ x(0) = 1, x'(0) = 0, x''(0) = 12. \end{cases}$ Quanto fa $\lim_{t \rightarrow +\infty} \log(x(t))$?
 A 1. B 2. C 3. D Non esiste.
10. Sia $\gamma(t) = \cos(t) + it(\pi + t)(\pi - t)$ per $t \in [-\pi, \pi]$. Quanto fa $\int_\gamma \frac{1}{z} dz$?
 A $2\pi i$. B 2π . C 0. D $-2\pi i$.
11. Qual è il raggio di convergenza della serie $\sum_{n=1}^\infty \log(n) \cdot \sin(n) \cdot z^n$?
 A 0. B 1. C e . D π .
12. Sia $f(z) = \cos(1/\cos(z))$. Qual è il raggio di convergenza dello sviluppo di f in serie di potenze centrato nel punto 0? A 1. B π . C $2/\pi$. D $\pi/2$.
13. Sia x la soluzione del problema $\begin{cases} (2tx^2 - e^t) + 2t^2xx' = 0, \\ x(1) = \sqrt{e}. \end{cases}$ Quanto fa $\lim_{t \rightarrow 0^+} x(t)$?
 A 0. B 1. C $+\infty$. D Non esiste.
14. Sia $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ e siano $\{a_n\}_{n=0}^\infty$ e $\{b_n\}_{n=0}^\infty$ successioni reali tali che $a_{n+2} = f(a_n, a_{n+1})$ e $b_{n+2} = f(b_n, b_{n+1})$ per ogni n . Sapendo che $a_{99} = b_{99}$ e $a_{100} = b_{100}$, si può concludere che $a_0 = b_0$?
 A Sì, sempre. B Sì se $\partial f/\partial x \neq 0$ su \mathbb{R}^2 . C Sì se $\partial f/\partial y \neq 0$ su \mathbb{R}^2 . D No, mai.
15. Se $\gamma(t) = -t + i\sqrt{1-t^2}$ per $t \in [-1, 1]$, quanto fa $\int_\gamma \frac{1}{z} dz$?
 A $i\pi$. B i . C π . D $2i\pi$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.



Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. F

2. F

3. V

4. F

5. F

6. A

7. C

8. C

9. D

10. D

11. B

12. D

13. C

14. B

15. A



“Matematica III” – A.A. 2000/2001 – Quiz del 22/11/00 (di prova)

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F
2. V F
3. V F
4. V F
5. V F
6. A B C D
7. A B C D
8. A B C D
9. A B C D
10. A B C D
11. A B C D
12. A B C D
13. A B C D
14. A B C D
15. A B C D

1.♥ 2.◇ 3.♣ 4.♠ 5.♥ 6.♥ 7.◇ 8.♣ 9.♠ 10.♥ 11.♥ 12.◇ 13.♣ 14.♠ 15.♥
