UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geom. e Alg. 99/00" + "Matematica II 00/01" – Quiz del 18/06/01

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. Se $v_1, v_2, v_3, v_4 \in \mathbb{R}^5$ sono linearmente indipendenti, lo sono anche $v_1 + v_2$ e $v_3 + v_4$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Un'applicazione lineare $f : \mathbb{R}_{\leq 2}[t] \to \mathbb{R}^4$ può essere surgettiva? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Due piani affini in $\mathbb{R}^3$ che non sono paralleli devono per forza incontrarsi? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Se $M \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$ e nessuno dei coefficienti di M è reale, può $\det(M)$ essere reale? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Se $z_0, \dots, z_4 \in \mathbb{C}$ sono le soluzioni dell'equazione $z^5 = 1$, è vero che $|z_j - z_k| = |z_0 - z_1|$ per ogni scelta di j e k distinti? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Sia $X = \{x \in \mathbb{R}^3 : \ x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$ e sia $\mathcal{B} = (v_1, v_2)$ la base di X data da $v_1 = (1, -1, 0)$ e $v_2 = (0, -1, 1)$. Quali sono le coordinate rispetto a $\mathcal{B}$ del vettore $(-1, 0, 1)$ di X ?

$\boxed{\text{A}}$ $(-1, 0, 1)$. $\boxed{\text{B}}$ $(-1, 1)$. $\boxed{\text{C}}$ $(-1, 0)$. $\boxed{\text{D}}$ $(1, 1, 1)$.

7. Se w_1, w_2, w_3, w_4 generano $\mathbb{C}^3$, è vero che w_1, w_2, w_3 è una base?

$\boxed{\text{A}}$ Sì, sempre. $\boxed{\text{B}}$ Sì se $w_4 \neq 0$. $\boxed{\text{C}}$ Sì se $w_4 = w_1$. $\boxed{\text{D}}$ Sì se $w_1 = 0$.

8. Sia $f : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$ data da $f(z, w) = (z + iw, -z)$. Si considerino le basi $\mathcal{B} = (e_2, e_1)$ e $\mathcal{C} = (ie_1, e_2)$ di $\mathbb{C}^2$. Quale delle seguenti è la matrice $[f]^{\mathcal{C}}_{\mathcal{B}}$?

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -i & -1 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix} 1 & i \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. $\boxed{\text{D}}$ $\begin{pmatrix} 1 & -i \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

9. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ lineare e surgettiva e sia $M = [f]^{\mathcal{C}}_{\mathcal{B}}$ una matrice che rappresenta f. Dei sei coefficienti di M, quanti al massimo possono essere nulli? $\boxed{\text{A}}$ 1. $\boxed{\text{B}}$ 2. $\boxed{\text{C}}$ 3. $\boxed{\text{D}}$ 4.

10. Quante soluzioni può avere un sistema lineare omogeneo di 3 equazioni in 4 incognite?

$\boxed{\text{A}}$ Sempre infinite. $\boxed{\text{B}}$ Una sola o infinite. $\boxed{\text{C}}$ Una sola o nessuna. $\boxed{\text{D}}$ Sempre una sola.

11. Se $z = re^{i\alpha}$ e $w = te^{i\beta}$ con $r, t, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e $\alpha + \beta = \pi$, allora $z \cdot w$ è:

$\boxed{\text{A}}$ Nullo. $\boxed{\text{B}}$ Immaginario puro. $\boxed{\text{C}}$ Reale. $\boxed{\text{D}}$ Nessuno dei precedenti.

12. Data $M \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$, sotto quale condizione le colonne di M sono una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$?

$\boxed{\text{A}}$ $\det(M) = 1$. $\boxed{\text{B}}$ ${}^tM + M = 0$. $\boxed{\text{C}}$ ${}^tM + M = \mathrm{I}_3$. $\boxed{\text{D}}$ ${}^tM \cdot M = \mathrm{I}_3$.

13. Sia ℓ la retta in $\mathbb{R}^3$ passante per $(1, 1, 1)$ e ortogonale al piano di equazione $x - y + 2z = 0$. Quale delle seguenti è una parametrizzazione di ℓ ? $\boxed{\text{A}}$ $\left\{ \begin{pmatrix} 1+t \\ 1-t \\ 1+2t \end{pmatrix} : \ t \in \mathbb{R} \right\}$.

$\boxed{\text{B}}$ $\left\{ \begin{pmatrix} t \\ -t \\ 2t \end{pmatrix} : \ t \in \mathbb{R} \right\}$. $\boxed{\text{C}}$ $\left\{ \begin{pmatrix} t \\ t+2s \\ s \end{pmatrix} : \ t, s, \in \mathbb{R} \right\}$. $\boxed{\text{D}}$ $\left\{ \begin{pmatrix} 1+t \\ 1+t+2s \\ 1+s \end{pmatrix} : \ t, s, \in \mathbb{R} \right\}$.

14. Per quanti $k \in \mathbb{R}$ la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & k^2 & 1 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$ non è diagonalizzabile?

$\boxed{\text{A}}$ Nessuno. $\boxed{\text{B}}$ Uno. $\boxed{\text{C}}$ Due. $\boxed{\text{D}}$ Tre.

15. Se $M \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ ha polinomio caratteristico $p_M(t) = t^3 \cdot q(t)$ con $q(0) = 1$, allora:

$\boxed{\text{A}}$ $\det(M) \neq 0$. $\boxed{\text{B}}$ $\dim(\mathrm{Ker}(M)) \leq 3$. $\boxed{\text{C}}$ $\dim(\mathrm{Ker}(M)) = 3$. $\boxed{\text{D}}$ $\dim(\mathrm{Ker}(M)) \geq 3$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ±3 punti, le altre +3/−1 punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. V

2. F

3. V

4. V

5. F

6. B

7. C

8. D

9. D

10. A

11. C

12. D

13. A

14. D

15. B

"Geom. e Alg. 99/00" + "Matematica II 00/01" – Quiz del 18/06/01

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡