



“Geom. e Alg. 99/00” + “Matematica II 00/01” – Quiz del 18/06/01

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

- Se $v_1, v_2, v_3, v_4 \in \mathbb{R}^5$ sono linearmente indipendenti, lo sono anche $v_1 + v_2$ e $v_3 + v_4$? V / F
- Un'applicazione lineare $f : \mathbb{R}_{\leq 2}[t] \rightarrow \mathbb{R}^4$ può essere surgettiva? V / F
- Due piani affini in \mathbb{R}^3 che non sono paralleli devono per forza incontrarsi? V / F
- Se $M \in \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{C})$ e nessuno dei coefficienti di M è reale, può $\det(M)$ essere reale? V / F
- Se $z_0, \dots, z_4 \in \mathbb{C}$ sono le soluzioni dell'equazione $z^5 = 1$, è vero che $|z_j - z_k| = |z_0 - z_1|$ per ogni scelta di j e k distinti? V / F
- Sia $X = \{x \in \mathbb{R}^3 : x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$ e sia $\mathcal{B} = (v_1, v_2)$ la base di X data da $v_1 = (1, -1, 0)$ e $v_2 = (0, -1, 1)$. Quali sono le coordinate rispetto a \mathcal{B} del vettore $(-1, 0, 1)$ di X ?
 A $(-1, 0, 1)$. B $(-1, 1)$. C $(-1, 0)$. D $(1, 1, 1)$.
- Se w_1, w_2, w_3, w_4 generano \mathbb{C}^3 , è vero che w_1, w_2, w_3 è una base?
 A Sì, sempre. B Sì se $w_4 \neq 0$. C Sì se $w_4 = w_1$. D Sì se $w_1 = 0$.
- Sia $f : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2$ data da $f(z, w) = (z + iw, -z)$. Si considerino le basi $\mathcal{B} = (e_2, e_1)$ e $\mathcal{C} = (ie_1, e_2)$ di \mathbb{C}^2 . Quale delle seguenti è la matrice $[f]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}}$?
 A $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. B $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -i & -1 \end{pmatrix}$. C $\begin{pmatrix} 1 & i \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. D $\begin{pmatrix} 1 & -i \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ lineare e surgettiva e sia $M = [f]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}}$ una matrice che rappresenta f . Dei sei coefficienti di M , quanti al massimo possono essere nulli? A 1. B 2. C 3. D 4.
- Quante soluzioni può avere un sistema lineare omogeneo di 3 equazioni in 4 incognite?
 A Sempre infinite. B Una sola o infinite. C Una sola o nessuna. D Sempre una sola.
- Se $z = re^{i\alpha}$ e $w = te^{i\beta}$ con $r, t, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ e $\alpha + \beta = \pi$, allora $z \cdot w$ è:
 A Nullo. B Immaginario puro. C Reale. D Nessuno dei precedenti.
- Data $M \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$, sotto quale condizione le colonne di M sono una base ortonormale di \mathbb{R}^3 ?
 A $\det(M) = 1$. B ${}^tM + M = 0$. C ${}^tM + M = I_3$. D ${}^tM \cdot M = I_3$.
- Sia ℓ la retta in \mathbb{R}^3 passante per $(1, 1, 1)$ e ortogonale al piano di equazione $x - y + 2z = 0$. Quale delle seguenti è una parametrizzazione di ℓ ?
 A $\left\{ \begin{pmatrix} 1+t \\ 1-t \\ 1+2t \end{pmatrix} : t \in \mathbb{R} \right\}$.
 B $\left\{ \begin{pmatrix} t \\ -t \\ 2t \end{pmatrix} : t \in \mathbb{R} \right\}$. C $\left\{ \begin{pmatrix} t \\ t+2s \\ s \end{pmatrix} : t, s, \in \mathbb{R} \right\}$. D $\left\{ \begin{pmatrix} 1+t \\ 1+t+2s \\ 1+s \end{pmatrix} : t, s, \in \mathbb{R} \right\}$.
- Per quanti $k \in \mathbb{R}$ la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & k^2 & 1 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$ non è diagonalizzabile?
 A Nessuno. B Uno. C Due. D Tre.
- Se $M \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$ ha polinomio caratteristico $p_M(t) = t^3 \cdot q(t)$ con $q(0) = 1$, allora:
 A $\det(M) \neq 0$. B $\dim(\text{Ker}(M)) \leq 3$. C $\dim(\text{Ker}(M)) = 3$. D $\dim(\text{Ker}(M)) \geq 3$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.



Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. V

2. F

3. V

4. V

5. F

6. B

7. C

8. D

9. D

10. A

11. C

12. D

13. A

14. D

15. B



“Geom. e Alg. 99/00” + “Matematica II 00/01” – Quiz del 18/06/01

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D