UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geom. e Alg. 99/00" + "Matematica II 00/01" – Quiz del 10/02/01

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** _ _ _ _ _ _

1. L'insieme $\{A \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C}) : \det(A) = 0\}$ è un sottospazio vettoriale di $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{C})$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Esiste $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ lineare con $f\begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}$, $f\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}$, $f\begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Se $A \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{R})$ ha rango 3, deve avere una sottomatrice 2×2 invertibile? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Se $z \in \mathbb{C}$ e $z \neq 0$, è vero che $(\overline{z})^{-1} = \overline{(z^{-1})}$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Se $A \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{C})$ ha l'autovalore 0, si può concludere che A è la matrice nulla? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Che dimensione ha lo spazio $\left\{A \in \mathcal{M}_{2\times 3}(\mathbb{R}) : \left\langle A\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix} \middle| \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}\right\rangle = 0\right\}$? $\boxed{\text{A}}$ 6. $\boxed{\text{B}}$ 5. $\boxed{\text{C}}$ 4. $\boxed{\text{D}}$ 3.

7. Sia $\phi : \mathbb{R} \to \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ dove $\phi(t)$ è la matrice A_t tale che $A_t \cdot \begin{pmatrix}1\\t\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ e $A_t \cdot \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$. Allora:

$\boxed{\text{A}}$ La definizione di ϕ è ambigua. $\boxed{\text{B}}$ La ϕ è sempre nulla.
$\boxed{\text{C}}$ La ϕ è lineare ma non sempre nulla. $\boxed{\text{D}}$ La ϕ non è lineare.

8. Se $f\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x_1 - x_2\\2x_1\end{pmatrix}$ e $\mathcal{B} = (e_2, e_1)$, quanto fa $[f]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}$?

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{pmatrix}-1 & 1\\0 & 2\end{pmatrix}$. $\boxed{\text{B}}$ $\begin{pmatrix}1 & -1\\2 & 0\end{pmatrix}$. $\boxed{\text{C}}$ $\begin{pmatrix}0 & 2\\-1 & 1\end{pmatrix}$. $\boxed{\text{D}}$ $\begin{pmatrix}2 & 0\\1 & -1\end{pmatrix}$.

9. Se $A \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$, in quali ipotesi si può concludere che $\det(A) > 0$?

$\boxed{\text{A}}$ Gli autovalori di A sono reali positivi. $\boxed{\text{B}}$ I coefficienti di A sono positivi.
$\boxed{\text{C}}$ A è simmetrica. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

10. Per quanti $k \in \mathbb{R}$ si ha $\operatorname{rank}\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\0 & k & 0\\0 & 0 & k^2 - k\end{pmatrix} = 2$?

$\boxed{\text{A}}$ Tutti. $\boxed{\text{B}}$ Nessuno. $\boxed{\text{C}}$ Uno. $\boxed{\text{D}}$ Due.

11. Quali delle seguenti sono equazioni parametriche delle retta $\begin{cases}x + y = 1\\z - y = 2\end{cases}$?

$\boxed{\text{A}}$ $\left\{\begin{pmatrix}s + t - 1\\s - u - 2\end{pmatrix} : s, t, u \in \mathbb{R}\right\}$. $\boxed{\text{B}}$ $\left\{\begin{pmatrix}1 - t\\t\\2 + t\end{pmatrix} : t \in \mathbb{R}\right\}$.
$\boxed{\text{C}}$ $\left\{\begin{pmatrix}1 - t\\2 - t\end{pmatrix} : t \in \mathbb{R}\right\}$. $\boxed{\text{D}}$ Nessuna delle precedenti.

12. Se $z = \rho \cdot \mathrm{e}^{i\vartheta}$ con $\rho > 0$, quanto fa z^{-1}?

$\boxed{\text{A}}$ $(1/\rho) \cdot \mathrm{e}^{-i\vartheta}$. $\boxed{\text{B}}$ $\rho \cdot \mathrm{e}^{-i\vartheta}$. $\boxed{\text{C}}$ $-\rho \cdot \mathrm{e}^{i\vartheta}$. $\boxed{\text{D}}$ $(1/\rho) \cdot \mathrm{e}^{i\vartheta}$.

13. In $\mathbb{R}^3$ sia P il piano di equazione $x - y + 2z = 0$. Che equazioni ha la retta ortogonale a P?

$\boxed{\text{A}}$ $\begin{cases}y = 2z\\x = y\end{cases}$. $\boxed{\text{B}}$ $\left\{\begin{pmatrix}t\\-t\\2t\end{pmatrix} : t \in \mathbb{R}\right\}$. $\boxed{\text{C}}$ $\left\{\begin{pmatrix}t\\t + 2s\\s\end{pmatrix} : t, s \in \mathbb{R}\right\}$. $\boxed{\text{D}}$ $\left\{\begin{pmatrix}t\\-t\\-t\end{pmatrix} : t \in \mathbb{R}\right\}$.

14. Se $A = \begin{pmatrix}1 & \alpha\\\alpha & i\end{pmatrix}$ e $\langle z|w\rangle_A = {}^{t}\overline{z} \cdot A \cdot w$, per quanti $\alpha \in \mathbb{C}$ si ha $\langle w|z\rangle_A = \overline{\langle z|w\rangle_A}$ per ogni $z, w \in \mathbb{C}^2$?

$\boxed{\text{A}}$ Uno. $\boxed{\text{B}}$ Due. $\boxed{\text{C}}$ Nessuno. $\boxed{\text{D}}$ Infiniti.

15. Per quanti $k \in \mathbb{R}$ la matrice $\begin{pmatrix}1 & k^2 - 1 & 0\\0 & 1 & k - 1\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ è diagonalizzabile?

$\boxed{\text{A}}$ Infiniti. $\boxed{\text{B}}$ Nessuno. $\boxed{\text{C}}$ Due. $\boxed{\text{D}}$ Uno.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡

Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. F

2. V

3. V

4. V

5. F

6. B

7. D

8. C

9. A

10. C

11. B

12. A

13. B

14. C

15. D

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geom. e Alg. 99/00" + "Matematica II 00/01" – Quiz del 10/02/01

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡