UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geom. e Alg. 99/00" + "Matematica II 00/01" – Quiz del 09/07/01

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. Se $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}^3$ hanno tutti la prima coordinata uguale a 1, possono essere una base? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

2. Esiste $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ lineare iniettiva tale che $\mathrm{Im}(f)$ è un sottosp. di dimensione 4 ? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

3. Un sottospazio affine bidimensionale di $\mathbb{R}^4$ può essere descritto da una sola equazione lineare non omogenea? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

4. Esistono infinite basi ortonormali di $\mathbb{C}^3$ che contengono il vettore $(1/2, i/2, -i/\sqrt{2})$? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

5. Se $M \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{C})$ è diagonalizzabile, si può concludere che ha tre autovalori distinti? $\boxed{\text{V}}$ / $\boxed{\text{F}}$

6. Se X, Y, Z sono sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^5$ tutti di dimensione 2 e $X \cap (Y + Z) = \{0\}$ allora:
$\boxed{\text{A}}$ $X + Y + Z = \mathbb{R}^5$. $\boxed{\text{B}}$ $Y \cap Z \neq \{0\}$. $\boxed{\text{C}}$ $Y = Z$. $\boxed{\text{D}}$ La situazione è impossibile.

7. Sia $\mathcal{B} = (v_1, v_2)$ la base di $\mathbb{C}^2$ data da $v_1 = (i, i)$ e $v_2 = (1 - i, 1)$. Quali sono le coordinate di $(1, i)$ rispetto a $\mathcal{B}$? $\boxed{\text{A}}$ $(i, 1 + i)$. $\boxed{\text{B}}$ $(1 - i, 1)$. $\boxed{\text{C}}$ $(1, i)$. $\boxed{\text{D}}$ $(i - 1, 1 + 2i)$.

8. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ data da $f(x, y) = (x - y, 2x + y, x - 2y)$. Quale dei seguenti vettori genera una retta ℓ tale che $\mathrm{Im}(f) + \ell = \mathbb{R}^3$? $\boxed{\text{A}}$ $(0, 3, -1)$. $\boxed{\text{B}}$ $(2, 1, 3)$. $\boxed{\text{C}}$ $(1, 1, 1)$. $\boxed{\text{D}}$ $(1, 5, 0)$.

9. In $\mathbb{R}^4$ con coordinate (x, y, z, w) quali sono le equazioni cartesiane del piano
$\{t \cdot (1, -1, 0, 1) + s \cdot (2, 0, 1, -1) : \ t, s \in \mathbb{R}\}$?
$\boxed{\text{A}}$ $x - y + 2z = 0$. $\boxed{\text{B}}$ $x + y - 2z = 0$.
$\boxed{\text{C}}$ $x - y + 2z = 0,\ 2x + z + w = 0$. $\boxed{\text{D}}$ $x + y - 2z = 0,\ y + z + w = 0$.

10. Se $M \in \mathcal{M}_{3\times 4}(\mathbb{R})$ e cancellando la seconda colonna di M si ottiene una matrice con determinante non nullo, si può concludere che M:
$\boxed{\text{A}}$ è invertibile. $\boxed{\text{B}}$ ha rango 4. $\boxed{\text{C}}$ ha rango 2 oppure 3. $\boxed{\text{D}}$ ha rango 3.

11. Quanti numeri $z \in \mathbb{C}$ risolvono l'equazione $z^3 - 2(1 + i)z^2 + 3iz + 1 - i = 0$?
$\boxed{\text{A}}$ Nessuno. $\boxed{\text{B}}$ Due. $\boxed{\text{C}}$ Tre. $\boxed{\text{D}}$ Infiniti.

12. Quante soluzioni $(z, w) \in \mathbb{C}^2$ ha il sistema $z + iw = 1, iz - w = i$?
$\boxed{\text{A}}$ Una. $\boxed{\text{B}}$ Due. $\boxed{\text{C}}$ Nessuna. $\boxed{\text{D}}$ Infinite.

13. Se $u_1, \ldots, u_n$ è una base ortonormale di $\mathbb{R}^n$, x è un vettore di $\mathbb{R}^n$ e $\lambda_j = \langle x | u_j \rangle$, si conclude che:
$\boxed{\text{A}}$ $\sum_{j=1}^n \lambda_j^2 \leq \|x\|^2$. $\boxed{\text{B}}$ $\sum_{j=1}^n |\lambda_j| \leq \|x\|$.
$\boxed{\text{C}}$ I λ_j sono tra loro distinti. $\boxed{\text{D}}$ Tutti i λ_j tranne uno si annullano.

14. Se $M \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ e due degli autovalori di M sono reali distinti, quale delle seguenti è impossibile?
$\boxed{\text{A}}$ M ha un autovalore doppio. $\boxed{\text{B}}$ M è diagonalizzabile.
$\boxed{\text{C}}$ M ha un autovalore non reale. $\boxed{\text{D}}$ M ha traccia nulla.

15. Sia $M = \begin{pmatrix} 1 & +2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. Quale dei seguenti è un autovettore di M rispetto all'autovalore -1?

$\boxed{\text{A}}$ $(1, 1, 1)$. $\boxed{\text{B}}$ $(-1, 1, 1)$. $\boxed{\text{C}}$ $(1, -1, 1)$. $\boxed{\text{D}}$ $(1, 1, -1)$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

1.$\heartsuit$ 2.$\diamondsuit$ 3.$\clubsuit$ 4.$\spadesuit$ 5.$\heartsuit$ 6.$\heartsuit$ 7.$\diamondsuit$ 8.$\clubsuit$ 9.$\spadesuit$ 10.$\heartsuit$ 11.$\heartsuit$ 12.$\diamondsuit$ 13.$\clubsuit$ 14.$\spadesuit$ 15.$\heartsuit$

Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. V

2. F

3. F

4. V

5. F

6. B

7. A

8. C

9. D

10. D

11. C

12. D

13. A

14. C

15. B

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

"Geom. e Alg. 99/00" + "Matematica II 00/01" – Quiz del 09/07/01

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ␣␣␣␣␣␣

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F

2. V F

3. V F

4. V F

5. V F

6. A B C D

7. A B C D

8. A B C D

9. A B C D

10. A B C D

11. A B C D

12. A B C D

13. A B C D

14. A B C D

15. A B C D

1.♡ 2.♢ 3.♣ 4.♠ 5.♡ 6.♡ 7.♢ 8.♣ 9.♠ 10.♡ 11.♡ 12.♢ 13.♣ 14.♠ 15.♡