

**Università degli Studi di Firenze**  
**Corso di Laurea triennale in Fisica e Astrofisica**  
**Analisi Matematica I (A.A. 2015/16) – Proff. F. Bucci & E. Paolini**  
**APPELLO N. 2 – PROVA SCRITTA (8 Febbraio 2016)**

**Importante:** Per l'elaborato si utilizzino fogli protocollo, completi di cognome nome e matricola scritti *in stampatello* in alto a destra. Le risposte vanno *sempre* corredate di motivazioni; le conclusioni vanno riportate in maniera chiara ed esplicita. Questo foglio può essere conservato, al termine della prova.

1. Determinare i vertici  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  del parallelogramma  $ABCD$  circoscritto all'ellisse di equazione

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1,$$

ed avente i lati  $AB$ ,  $CD$  paralleli all'asse delle ascisse e i lati  $BC$ ,  $AD$  paralleli alla bisettrice del primo e terzo quadrante.

2. Disegnare un grafico qualitativo della funzione

$$g(x) = \int_x^{2x} t^4 e^{-t^2} dt,$$

dopo aver descritto le principali proprietà di  $g$  (dominio, simmetrie, comportamento asintotico, regolarità, intervalli di monotonia, esistenza di massimi e minimi relativi e/o assoluti, ecc.).

3. Data la funzione

$$f(x) = x \log(1 + \sin(2x)) - (\sin x) \log(1 + 2x),$$

si chiede di dedurre  $f^{(4)}(0)$ .

(Non è necessario il calcolo esplicito di alcuna derivata.)

4. Al variare del parametro  $x \in \mathbb{R}$  si consideri la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^x}{(n+1)!}.$$

- (a) per quali  $x$  la serie converge?  
(b) calcolare la somma della serie per  $x = 1$ .