

**Compitino di Geometria per Meccanici e Biomedici**  
**26 maggio 2000**

Cognome  Nome   
Matricola  Corso di studio  Anno iscrizione

1. (punti 8) Si consideri l'endomorfismo di  $\mathbf{R}^3$  associato alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & h & 1 \\ 0 & h & 0 \\ -1 & 0 & 2h \end{pmatrix}.$$

- (a) I valori di  $h$  per cui  $\dim \operatorname{Im} A = 2$  sono
- (b) I valori di  $h$  per cui  $A$  è triangolabile sono
- (c) I valori di  $h$  per cui  $A$  è diagonalizzabile sono
- (d) fissato  $h = 1$  un vettore  $x \in \mathbf{R}^3$  per cui  $A^2 x \neq x$  è
- (e) scrivere una base di  $\mathbf{R}^3$  contenente il vettore  $x$ :

2. (punti 5) Si consideri il fascio di coniche passanti per i punti

$$A = (2, 2), \quad A' = (8, 2) \quad A'' = (8, -6)$$

ed aventi come asse di simmetria l'asse del segmento  $AA'$ .

- (a) Le coniche degeneri del fascio sono:
- (b) Le ellissi (non degeneri) del fascio sono:
- (c) Le iperboli (non degeneri) del fascio sono:
- (d) Le parabole (non degeneri) del fascio sono:
- (e) Scrivere (se esiste) un eventuale centro di simmetria di ogni conica del fascio:
- (f) Indicare un punto  $Q$  del piano (a piacere) tale che la conica del fascio passante per  $Q$  sia una iperbole:

3. (punti 4) Scrivere le soluzioni dell'equazione complessa

$$z \exp(z) + 2 \exp(z) - iz - 2i = 0$$

4. (punti 6) Sia  $x \in \mathbf{R}^n$  ( $n \geq 2$ ) con  $\|x\| = 1$  e sia  $A = I - 2x^t x$ .

- (a)  $A$  è simmetrica?  perché
- (b)  $A$  è ortogonale?  perché

(c)  $A^2 = -I$ ?  perché

(d) gli autovalori di  $A$  sono:

(e) Mostrare che  $(\text{Ker}(A - I))^\perp = \text{Ker}(A + I)$ :

5. (punti 6) Sia data la curva  $\gamma$  di equazione

$$\gamma : \begin{cases} x = 1 - t^2 \\ y = t \\ z = 1 - t - t^2 \end{cases}$$

(a) Dire (giustificando la risposta) se la curva è piana

(b) Scrivere le equazioni cartesiane della curva  $\gamma'$  proiezione ortogonale di  $\gamma$  sul piano  $x - z = 0$

(c) Il cilindro proiettante  $\gamma$  su  $\gamma'$  è:

parabolico     iperbolico     ellittico

6. (punti 5) Un campione  $C$  è formato da due gruppi  $C_1$  con numerosità  $n_1 = 40$  e  $C_2$  con numerosità  $n_2 = 70$ . Sapendo che la media della variabile  $X$  su  $C_1$  è  $m_1 = 12$  e su  $C_2$  è  $m_2 = 10$ , calcolare la media  $m$  su  $C$ .

$m =$  . Scrivere le formule usate:

Supponendo che  $C$  sia estratto da un universo su cui  $X$  ha densità normale con varianza  $\sigma^2 = 6.25$ , trovare l'intervallo di confidenza per la media al livello  $\alpha = 0.05$ .

L'intervallo di confidenza è , . Scrivere le formule usate:

**Compitino di Geometria per Meccanici e Biomedici**  
**26 maggio 2000**

Cognome  Nome   
 Matricola  Corso di studio  Anno iscrizione

1. (punti 8) Si consideri l'endomorfismo di  $\mathbf{R}^3$  associato alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2h & 0 \\ h & 0 & h \end{pmatrix}.$$

- (a) I valori di  $h$  per cui  $\dim \operatorname{Im} A = 2$  sono
- (b) I valori di  $h$  per cui  $A$  è triangolabile sono
- (c) I valori di  $h$  per cui  $A$  è diagonalizzabile sono
- (d) fissato  $h = 1$  un vettore  $x \in \mathbf{R}^3$  per cui  $A^2x \neq x$  è
- (e) scrivere una base di  $\mathbf{R}^3$  contenente il vettore  $x$ :

2. (punti 5) Si consideri il fascio di coniche passanti per i punti

$$A = (-2, 2), \quad A' = (-2, 6) \quad A'' = (4, 2)$$

ed aventi come asse di simmetria l'asse del segmento  $AA'$ .

- (a) Le coniche degeneri del fascio sono:
- (b) Le ellissi (non degeneri) del fascio sono:
- (c) Le iperboli (non degeneri) del fascio sono:
- (d) Le parabole (non degeneri) del fascio sono:
- (e) Scrivere (se esiste) un eventuale centro di simmetria di ogni conica del fascio:
- (f) Indicare un punto  $Q$  del piano (a piacere) tale che la conica del fascio passante per  $Q$  sia una ellisse:

3. (punti 4) Scrivere le soluzioni dell'equazione complessa

$$z \exp(z) - \exp(z) - eiz + ei = 0$$

4. (punti 6) Sia  $x \in \mathbf{R}^n$  ( $n \geq 2$ ) con  $\|x\| = 1$  e sia  $A = I - 2x^t x$ .

- (a)  $A$  è simmetrica?  perché
- (b)  $A$  è ortogonale?  perché

(c)  $A^2 = I$ ?  perché

(d) gli autovalori di  $A$  sono:

(e) Mostrare che  $(\text{Ker}(A - I))^\perp = \text{Ker}(A + I)$ :

5. (punti 6) Sia data la curva  $\gamma$  di equazione

$$\gamma : \begin{cases} x = 2 - t - t^2 \\ y = -t \\ z = -2 + t^2 \end{cases}$$

(a) Dire (giustificando la risposta) se la curva è piana

(b) Scrivere le equazioni cartesiane della curva  $\gamma'$  proiezione ortogonale di  $\gamma$  sul piano  $x - z = 0$

(c) Il cilindro proiettante  $\gamma$  su  $\gamma'$  è:

parabolico     iperbolico     ellittico

6. (punti 5) Un campione  $C$  è formato da due gruppi  $C_1$  con numerosità  $n_1 = 20$  e  $C_2$  con numerosità  $n_2 = 60$ . Sapendo che la media della variabile  $X$  su  $C_1$  è  $m_1 = 14$  e su  $C_2$  è  $m_2 = 12$ , calcolare la media  $m$  su  $C$ .

$m =$ . Scrivere le formule usate:

Supponendo che  $C$  sia estratto da un universo su cui  $X$  ha densità normale con varianza  $\sigma^2 = 4.41$ , trovare l'intervallo di confidenza per la media al livello  $\alpha = 0.05$ .

L'intervallo di confidenza è , . Scrivere le formule usate:

**Compitino di Geometria per Meccanici e Biomedici**  
**26 maggio 2000**

Cognome  Nome   
 Matricola  Corso di studio  Anno iscrizione

1. (punti 8) Si consideri l'endomorfismo di  $\mathbf{R}^3$  associato alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} h & 1 & -h \\ 0 & 2h & 2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) I valori di  $h$  per cui  $\dim \operatorname{Im} A = 2$  sono
- (b) I valori di  $h$  per cui  $A$  è triangolabile sono
- (c) I valori di  $h$  per cui  $A$  è diagonalizzabile sono
- (d) fissato  $h = 1$  un vettore  $x \in \mathbf{R}^3$  per cui  $A^2 x \neq x$  è
- (e) scrivere una base di  $\mathbf{R}^3$  contenente il vettore  $x$ :

2. (punti 5) Si consideri il fascio di coniche passanti per i punti

$$A = (3, 6), \quad A' = (-5, 6) \quad A'' = (-5, 2)$$

ed aventi come asse di simmetria l'asse del segmento  $AA'$ .

- (a) Le coniche degeneri del fascio sono:
- (b) Le ellissi (non degeneri) del fascio sono:
- (c) Le iperboli (non degeneri) del fascio sono:
- (d) Le parabole (non degeneri) del fascio sono:
- (e) Scrivere (se esiste) un eventuale centro di simmetria di ogni conica del fascio:
- (f) Indicare un punto  $Q$  del piano (a piacere) tale che la conica del fascio passante per  $Q$  sia una iperbole:

3. (punti 4) Scrivere le soluzioni dell'equazione complessa

$$z \exp(z) - i \exp(z) + ez - ei = 0$$

4. (punti 6) Sia  $x \in \mathbf{R}^n$  ( $n \geq 2$ ) con  $\|x\| = 1$  e sia  $A = I - 2x^t x$ .

- (a)  $A$  è simmetrica?  perché
- (b)  $A$  è ortogonale?  perché

(c)  $A^2 = -I$ ?  perché

(d) gli autovalori di  $A$  sono:

(e) Mostrare che  $(\text{Ker}(A - I))^\perp = \text{Ker}(A + I)$ :

5. (punti 6) Sia data la curva  $\gamma$  di equazione

$$\gamma : \begin{cases} x = 2 + t^2 \\ y = 2 - 3t + t^2z = 3t \end{cases}$$

(a) Dire (giustificando la risposta) se la curva è piana

(b) Scrivere le equazioni cartesiane della curva  $\gamma'$  proiezione ortogonale di  $\gamma$  sul piano  $x - y = 0$

(c) Il cilindro proiettante  $\gamma$  su  $\gamma'$  è:

parabolico     iperbolico     ellittico

6. (punti 5) Un campione  $C$  è formato da due gruppi  $C_1$  con numerosità  $n_1 = 70$  e  $C_2$  con numerosità  $n_2 = 40$ . Sapendo che la media della variabile  $X$  su  $C_1$  è  $m_1 = 16$  e su  $C_2$  è  $m_2 = 10$ , calcolare la media  $m$  su  $C$ .

$m =$ . Scrivere le formule usate:

Supponendo che  $C$  sia estratto da un universo su cui  $X$  ha densità normale con varianza  $\sigma^2 = 4.84$ , trovare l'intervallo di confidenza per la media al livello  $\alpha = 0.05$ .

L'intervallo di confidenza è , . Scrivere le formule usate:

**Compitino di Geometria per Meccanici e Biomedici**  
**26 maggio 2000**

Cognome  Nome   
 Matricola  Corso di studio  Anno iscrizione

1. (punti 8) Si consideri l'endomorfismo di  $\mathbf{R}^3$  associato alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2h & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & h \end{pmatrix}.$$

- (a) I valori di  $h$  per cui  $\dim \text{Im}A = 2$  sono
- (b) I valori di  $h$  per cui  $A$  è triangolabile sono
- (c) I valori di  $h$  per cui  $A$  è diagonalizzabile sono
- (d) fissato  $h = 1$  un vettore  $x \in \mathbf{R}^3$  per cui  $A^2x \neq x$  è
- (e) scrivere una base di  $\mathbf{R}^3$  contenente il vettore  $x$ :

2. (punti 5) Si consideri il fascio di coniche passanti per i punti

$$A = (1, 5), \quad A' = (3, 5) \quad A'' = (3, -1)$$

ed aventi come asse di simmetria l'asse del segmento  $AA'$ .

- (a) Le coniche degeneri del fascio sono:
- (b) Le ellissi (non degeneri) del fascio sono:
- (c) Le iperboli (non degeneri) del fascio sono:
- (d) Le parabole (non degeneri) del fascio sono:
- (e) Scrivere (se esiste) un eventuale centro di simmetria di ogni conica del fascio:
- (f) Indicare un punto  $Q$  del piano (a piacere) tale che la conica del fascio passante per  $Q$  sia una ellisse:

3. (punti 4) Scrivere le soluzioni dell'equazione complessa

$$z \exp(z) + i \exp(z) - ez - ei = 0$$

4. (punti 6) Sia  $x \in \mathbf{R}^n$  ( $n \geq 2$ ) con  $\|x\| = 1$  e sia  $A = I - 2x^t x$ .

- (a)  $A$  è simmetrica?  perché
- (b)  $A$  è ortogonale?  perché

(c)  $A^2 = I$ ?  perché

(d) gli autovalori di  $A$  sono:

(e) Mostrare che  $(\text{Ker}(A - I))^\perp = \text{Ker}(A + I)$ :

5. (punti 6) Sia data la curva  $\gamma$  di equazione

$$\gamma : \begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t^2 \\ z = 1 + t^2 - t \end{cases}$$

(a) Dire (giustificando la risposta) se la curva è piana

(b) Scrivere le equazioni cartesiane della curva  $\gamma'$  proiezione ortogonale di  $\gamma$  sul piano  $y - z = 0$

(c) Il cilindro proiettante  $\gamma$  su  $\gamma'$  è:

parabolico     iperbolico     ellittico

6. (punti 5) Un campione  $C$  è formato da due gruppi  $C_1$  con numerosità  $n_1 = 50$  e  $C_2$  con numerosità  $n_2 = 20$ . Sapendo che la media della variabile  $X$  su  $C_1$  è  $m_1 = 10$  e su  $C_2$  è  $m_2 = 14$ , calcolare la media  $m$  su  $C$ .

$m =$  . Scrivere le formule usate:

Supponendo che  $C$  sia estratto da un universo su cui  $X$  ha densità normale con varianza  $\sigma^2 = 5.76$ , trovare l'intervallo di confidenza per la media al livello  $\alpha = 0.05$ .

L'intervallo di confidenza è , . Scrivere le formule usate: