

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

Esercizio 1

Considerate la quadrica affine Q_λ in \mathbb{R}^3 seguente

$$Q_\lambda = \{x^2 + 4xy + y^2 + 6xz + z^2 + 3x + \lambda y + 2z + 5 = 0\}$$

dipendente da un parametro reale $\lambda \in \mathbb{R}$.

- (1) Per quali valori λ la quadrica è a centro?
- (2) Per i valori λ in cui esiste, determinare un centro di Q_λ .
- (3) Per i valori λ in cui la quadrica è a centro, determinare il tipo affine di Q_λ .

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

Esercizio 2

Determinare le equazioni cartesiane della retta r in $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$ passante per i punti

$$P = [0, 1, 0, 1], \quad Q = [1, 0, 1, 0].$$

Sia inoltre s la retta passante per i punti

$$R = [1, 1, 0, 0], \quad S = [1, -1, 1, 0].$$

Determinare se esiste una proiettività f tale che $f(r) = s$ e $f(s) = r$. Se esiste, scrivere esplicitamente una matrice 4×4 che la determina.

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

Esercizio 3

Siano r e s due rette distinte nel piano proiettivo reale $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$.

- (1) Gli spazi topologici r e $r \cup s$ sono omeomorfi?
- (2) Quante sono le componenti connesse di $\mathbb{P}^2(\mathbb{R}) \setminus (r \cup s)$?

Si chiede ovviamente di motivare le risposte.