

## TESTI DI COMPITI ED ESONERI DEL CORSO DI CALCOLO E BIOSTATISTICA

### 1. COMPITO D'ESAME 28 SETTEMBRE 2004, I VERSIONE

**Esercizio 1.** Dati i vettori  $\vec{v} = (1, 3)$ ,  $\vec{u} = (-5, 2)$  calcolare la lunghezza del vettore  $\vec{u} - 2\vec{v}$  e la misura in gradi dell'angolo che forma con l'asse delle ascisse.

**Esercizio 2.** Tracciare il grafico della funzione  $y = (x - 1)e^{-3x}$ .

**Esercizio 3.** Calcolare  $\int_{-\pi/2}^{3\pi} \sin(2x - \pi) dx$ .

**Esercizio 4.** Sia  $U$  una variabile casuale uniforme nell'intervallo  $[-30, 50]$ . Calcolare la probabilità degli eventi  $A = \{U > 0\}$ ,  $B = \{U \in [-10, 40]\}$ ,  $A \cap B$ .

### 2. COMPITO D'ESAME 28 SETTEMBRE 2004, II VERSIONE

**Esercizio 5.** Dati i vettori  $\vec{v} = (1, 3)$ ,  $\vec{u} = (-5, 2)$  calcolare la lunghezza del vettore  $\vec{v} - 3\vec{u}$  e la misura in gradi dell'angolo che forma con l'asse delle ascisse.

**Esercizio 6.** Tracciare il grafico della funzione  $y = (1 - x)e^{2x}$ .

**Esercizio 7.** Calcolare  $\int_{-\pi/3}^{2\pi} \cos(3x + \pi) dx$ .

**Esercizio 8.** Sia  $U$  una variabile casuale uniforme nell'intervallo  $[-30, 50]$ . Calcolare la probabilità degli eventi  $A = \{U < 0\}$ ,  $B = \{U \in [-10, 40]\}$ ,  $A \cup B$ .

### 3. COMPITO D'ESAME, 15 FEBBRAIO 2005, I VERSIONE

**Esercizio 9.** Trovare il valore di  $k$  per cui il vettore  $\vec{w} = 2\vec{u} + \vec{v}$  sia parallelo al vettore  $\vec{q} = (1, 1)$  per  $\vec{u} = (k, -k)$  e  $\vec{v} = (1, 2)$ .

**Esercizio 10.** Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{k}{x}$$

per quale valore di  $k$  ha un estremo nel punto di ascissa  $x = 1$ ? Dopo aver sostituito il valore di  $k$  trovato, individuare l'equazione degli eventuali asintoti al grafico della funzione e gli intervalli di crescita all'interno del dominio.

**Esercizio 11.** Si calcoli il seguente integrale definito

$$\int_{-1}^2 (x + 1) e^{-x^2 - 2x} dx.$$

**Esercizio 12.** Dati i valori  $x_i : 4, 6, 8, 10, 12$       $y_i : 9, 10, 12, 13, 16$  trovare la retta di regressione nel caso  $2x_i, y_i$ .

### 4. COMPITO D'ESAME, 15 FEBBRAIO 2005, II VERSIONE

**Esercizio 13.** Trovare il valore di  $k$  per cui il vettore  $\vec{w} = 2\vec{u} + \vec{v}$  sia parallelo al vettore  $\vec{q} = (1, 1)$  per  $\vec{u} = (k, 1)$  e  $\vec{v} = (-k, 2k)$ .

**Esercizio 14.** Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{k}{2x^2}$$

per quale valore di  $k$  ha un estremo nel punto di ascissa  $x = 1$ ? Dopo aver sostituito il valore di  $k$  trovato, individuare l'equazione degli eventuali asintoti al grafico della funzione e gli intervalli di crescita all'interno del dominio.

**Esercizio 15.** Si calcoli il seguente integrale definito

$$\int_{-2}^1 (1 - x) e^{-x^2 + 2x} dx.$$

**Esercizio 16.** Dati i valori  $x_i : 4, 6, 8, 10, 12$       $y_i : 9, 10, 12, 13, 16$  trovare la retta di regressione nel caso  $x_i, y_i - 4$ .

## 5. COMPITO D'ESAME, 28 FEBBRAIO 2005, I VERSIONE

**Esercizio 17.** Data la matrice  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 3a & -b \end{pmatrix}$  determinare  $a$  e  $b$  in modo che risulti  $A \cdot v = w$  dove  $v = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$  e  $w = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

**Esercizio 18.** Data la funzione  $f(x) = (x-1)e^{-3x}$  trovare gli eventuali massimi e minimi relativi, tracciare il grafico e dire qual'è il codominio.

**Esercizio 19.** Trovare i punti di intersezione delle seguenti due funzioni e calcolare l'area della parte di piano tra di essi compresa:

$$y = x/3 \quad y = \sqrt{x}.$$

**Esercizio 20.** I mancini rappresentano il 12% della popolazione mondiale. Calcolare la probabilità che in una classe di 20 alunni vi è almeno un mancino.

## 6. COMPITO D'ESAME, 28 FEBBRAIO 2005, II VERSIONE

**Esercizio 21.** Data la matrice  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 3a & -b \end{pmatrix}$  determinare  $a$  e  $b$  in modo che risulti  $A \cdot v = w$  dove  $v = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  e  $w = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

**Esercizio 22.** Data la funzione  $f(x) = (1-x)e^{-2x}$  trovare gli eventuali massimi e minimi relativi, tracciare il grafico e dire qual'è il codominio.

**Esercizio 23.** Trovare i punti di intersezione delle seguenti due funzioni e calcolare l'area della parte di piano tra di essi compresa:

$$y = x^2 \quad y = \sqrt{x}.$$

**Esercizio 24.** I mancini rappresentano il 12% della popolazione mondiale. Calcolare la probabilità che almeno uno di 4 fratelli sia mancino.

## 7. COMPITO D'ESAME, 1 MARZO 2006, I VERSIONE

**Esercizio 25.** Per quali valori del parametro  $k$  le due rette seguenti hanno un punto di intersezione nel primo quadrante?

$$kx + y = k; \quad -x + ky = 2.$$

**Esercizio 26.** Studiare la funzione e tracciarne il grafico; trovare la retta tangente nel punto di intersezione con l'asse  $x$ :

$$y = (2-x)e^{-3x}.$$

**Esercizio 27.** Calcolare l'area racchiusa tra la parabola e la retta

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{9}{4}x; \quad y = 1 + x.$$

**Esercizio 28.** Due urne contengono ciascuna 100 sfere di cui nella  $A$  30 sono bianche e 70 nere, mentre nella  $B$  40 sono nere e 60 bianche. Si estraggono con rimpiazzamento 3 sfere da  $A$  e indipendentemente 3 sfere da  $B$ . Calcolare la probabilità che vengano estratte da  $A$  due sfere bianche e da  $B$  almeno 2 nere.

## 8. COMPITO D'ESAME, 1 MARZO 2006, II VERSIONE

**Esercizio 29.** Per quali valori del parametro  $k$  le due rette seguenti hanno un punto di intersezione nel primo quadrante?

$$kx + y = k; \quad -x + ky = 3.$$

**Esercizio 30.** Studiare la funzione e tracciarne il grafico; trovare la retta tangente nel punto di intersezione con l'asse  $x$ :

$$y = (2-x)e^{3x}.$$

**Esercizio 31.** Calcolare l'area racchiusa tra la parabola e la retta

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{9}{4}x + 2; \quad y = 3 + x.$$

**Esercizio 32.** Due urne contengono ciascuna 100 sfere di cui nella  $A$  30 sono bianche e 70 nere, mentre nella  $B$  40 sono nere e 60 bianche. Si estraggono con rimpiazzamento 3 sfere da  $A$  e indipendentemente 3 sfere da  $B$ . Calcolare la probabilità che vengano estratte da  $A$  due sfere nere e da  $B$  almeno 2 bianche.

#### 9. COMPITO D'ESAME, 5 FEBBRAIO 2007, I VERSIONE

**Esercizio 33.** Travare insieme di definizione, segno, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, grafico e codominio della funzione:

$$y = \frac{e^{-x}}{2+x}.$$

**Esercizio 34.** Assegnati i vettori  $\vec{u} = (2, -3)$ ,  $\vec{v} = (-1, 2)$  e  $\vec{w} = (-1, 3/2)$  trovare se esistono  $a$  e  $b$  tali che  $a\vec{u} + b\vec{v} = \vec{w}$ .

**Esercizio 35.** Trovare l'area delimitata dal grafico della funzione  $y = \sin x$  e la retta passante per i due punti del grafico aventi ascisse 0 e  $3\pi/4$ .

**Esercizio 36.** Un test è composto da 12 domande ciascuna con 5 risposte. Se si sceglie a caso la risposta con che probabilità si indovinano almeno 10 risposte?

#### 10. COMPITO D'ESAME, 5 FEBBRAIO 2007, II VERSIONE

**Esercizio 37.** Travare insieme di definizione, segno, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, grafico e codominio della funzione:

$$y = \frac{e^{2x}}{3-x}.$$

**Esercizio 38.** Assegnati i vettori  $\vec{u} = (2, -3)$ ,  $\vec{v} = (-1, 2)$  e  $\vec{w} = (-1, 3/2)$  trovare se esistono  $a$  e  $b$  tali che  $a\vec{u} + b\vec{v} = \vec{w}$ .

**Esercizio 39.** Trovare l'area delimitata dal grafico della funzione  $y = \sin x$  e la retta passante per i due punti del grafico aventi ascisse  $\pi/6$  e  $\pi$ .

**Esercizio 40.** Un test è composto da 12 domande ciascuna con 5 risposte. Se si sceglie a caso la risposta con che probabilità si indovinano meno di 3 risposte?

#### 11. COMPITO D'ESAME, 11 GIUGNO 2007, I VERSIONE

**Esercizio 41.** Trovare insieme di definizione, massimi e minimi relativi ed assoluti e tracciare il grafico della funzione

$$y = \frac{1}{4}x - \sqrt{x-3}.$$

**Esercizio 42.** Assegnati i vettori  $\vec{u} = (6, 2)$  e  $\vec{v} = (-1, 3)$  mostrare che sono ortogonali, trovare la misura in gradi dell'angolo che  $\vec{u}$  forma con l'asse  $x$ , rappresentare la somma con un grafico e calcolarne la lunghezza.

**Esercizio 43.** Disegnare e calcolare l'area delimitata dal grafico della funzione  $y = f(x)$ , l'asse  $x$  e le rette  $x = x_1$  e  $x = x_2$  dove  $f(x) = \cos(2x)$ ,  $x_1 = -\frac{\pi}{6}$  e  $x_2 = \frac{\pi}{8}$ .

**Esercizio 44.** Incrociando piante di pisello a baccello verde con piante di pisello a baccello giallo in media il 25% della progenie avrà colore giallo. Detto  $N$  il numero di piante gialle su un campione di 10 calcolare la probabilità dell'evento  $\{2 < N \leq 4\}$ .

[Questo esercizio preso alla lettera è formulato in modo ambiguo e ha due soluzioni distinte a seconda che si assuma che l'allele del baccello giallo sia dominante (e si vede che il giallo è distribuito con frequenza  $2/3$ ) o recessivo (e si vede che l'allele giallo è distribuito con frequenza  $1/3$ ) ed in ogni caso si ottiene un esercizio diverso e un po' più difficile di quello che in realtà si volesse dare. Non so come andasse interpretato penso semplicemente che il baccello è giallo con probabilità  $1/4$ ]

12. COMPITO D'ESAME, 11 GIUGNO 2007, II VERSIONE

**Esercizio 45.** Trovare insieme di definizione, massimi e minimi relativi ed assoluti e tracciare il grafico della funzione

$$y = \sqrt{4-x} + \frac{1}{2}x.$$

**Esercizio 46.** Assegnati i vettori  $\vec{u} = (6, -3)$  e  $\vec{v} = (1, 2)$  mostrare che sono ortogonali, trovare la misura in gradi dell'angolo che  $\vec{u}$  forma con l'asse  $x$ , rappresentare la somma con un grafico e calcolarne la lunghezza.

**Esercizio 47.** Disegnare e calcolare l'area delimitata dal grafico della funzione  $y = f(x)$ , l'asse  $x$  e le rette  $x = x_1$  e  $x = x_2$  dove  $f(x) = \sin(\frac{1}{3}x)$ ,  $x_1 = -\frac{\pi}{2}$  e  $x_2 = \pi$ .

**Esercizio 48.** Incrociando piante di pisello a baccello verde con piante di pisello a baccello giallo in media il 25% della progenie avrà colore giallo. Detto  $N$  il numero di piante gialle su un campione di 10 calcolare la probabilità dell'evento  $\{2 \leq N < 4\}$ .

[Questo esercizio preso alla lettera è formulato in modo ambiguo e ha due soluzioni distinte a seconda che si assuma che l'allele del baccello giallo sia dominante (e si vede che il giallo è distribuito con frequenza 2/3) o recessivo (e si vede che l'allele giallo è distribuito con frequenza 1/3) ed in ogni caso si ottiene un esercizio diverso e un po' più difficile di quello che in realtà si volesse dare. Non so come andasse interpretato penso semplicemente che il baccello è giallo con probabilità 1/4]

13. COMPITO D'ESAME, 27 SETTEMBRE 2007

**Esercizio 49.** Sia assegnati i vettori  $\vec{u} = (1, 3)$  e  $\vec{v} = (3, y)$ .

- i) Si calcoli l'angolo formato da  $\vec{u}$  con l'asse delle  $x$ ;
- ii) Si determinino i valori del parametro  $y$  per cui  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  sono ortogonali, e per tali valori si calcoli la lunghezza del vettore  $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ .

**Esercizio 50.** Si trovi l'insieme di definizione e si tracci un grafico qualitativo della funzione  $f(x) = \sqrt{2+x-x^2}$ .

**Esercizio 51.** Calcolare l'area compresa tra l'asse delle  $x$ , gli assi verticali  $x = x_1 = \frac{\pi}{6}$ ,  $x = x_2 = \pi + \frac{\pi}{6}$  e il grafico della funzione

$$f(x) = \cos(2x - \frac{\pi}{3}).$$

**Esercizio 52.** Si piantano 10 semi di germinabilità (= probabilità di germinare) 0,8. Assumendo indipendenza per la germinazione, si calcoli la probabilità che ne germino esattamente 8 e la probabilità che non ne germi nessuno.

14. SIMULAZIONE DI ESONERO, 9 NOVEMBRE 2006

**Esercizio 53.** Si dica dove è definita la funzione  $f(x) = \sqrt{\log(x^2 - 4)}$ .

**Esercizio 54.** Si scriva l'equazione della retta passante per il punto  $P = (1, 3)$  e ortogonale al vettore  $u = (3, 5)$ . Si dia una parametrizzazione della stessa retta.

**Esercizio 55.** Per quali valori del parametro  $k$  l'operatore  $F(x, y) = (kx + (k+3)y; x + (k-1)y)$  è iniettivo e ha come immagine tutto  $\mathbb{R}^2$ ?

**Esercizio 56.** Sia  $u = (k, k+1, k+2)$  e  $v = (1, 2, -1)$ . Per quale valore del parametro  $k$  i vettori  $u+v$  e  $v$  sono ortogonali? Si determini inoltre il coseno dell'angolo compreso tra  $u$  e  $v$  quando  $k = 1$ .

15. ESONERO, VENERDÌ 17 NOVEMBRE 2006

**Esercizio 57.** Si dica dove è definita la funzione  $f(x) = \log(\sqrt{x^2 - 9} - 4)$ .

**Esercizio 58.** Si consideri l'operatore  $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definito da  $F(x, y) = (x+y, x-2y)$ .

- (1) Si scriva la matrice associata a  $F$ ;
- (2) Si scriva la matrice associata a  $F \circ F$ .

**Esercizio 59.** Sia  $u = (2, 3)$  e sia  $v = (k, k-1)$ . Dire per quali valori di  $k$  i due vettori  $u$  e  $u+v$  sono ortogonali e per quali sono paralleli.

**Esercizio 60.** Si dica per quali valori del parametro  $k$  il sistema seguente ha soluzione:

$$\begin{cases} kx + (k-2)y = 2; \\ (k+3)x + (2k-4)y = 5. \end{cases}$$

**Esercizio 61.** Si lanciano tre monete, e si denoti con  $(x_1, x_2, x_3) \in \{T, C\}^3$  il generico evento elementare, con  $N_T$  il numero di teste (T) e con  $N_C$  il numero di croci (C). Si calcolino le probabilità degli eventi  $A = \{x_1 = T\}$ ,  $B = \{N_T < N_C\}$ , nonché di  $A \cup B$ ,  $A \cap B$  e  $A^c \cup B$ .

#### 16. SIMULAZIONE DI ESONERO

**Esercizio 62.** Dire quando la seguente funzione è ben definita

$$\sqrt{(x^2 - 4) \log_{10}(x^2 + \frac{1}{2})}.$$

**Esercizio 63.** Scrivere l'equazione della retta passante per  $P = (1, 3)$  e ortogonale a  $\vec{v} = (1, 2)$

**Esercizio 64.** Dir eper quali  $k$  il seguente sistema ha soluzione

$$\begin{cases} -x + ky = k \\ -kx + (2k+3)y = -k \end{cases}$$

**Esercizio 65.** Calcolare il coseno dell'angolo tra i vettori  $\vec{v} = (1, 1, 1)$  e  $\vec{w} = (1, -2, 3)$  e la lunghezza del vettore  $\vec{v} + \vec{w}$ .

**Esercizio 66.** Calcolare l'inversa della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

**Esercizio 67.** Scrivere la proiezione ortogonale del punto  $P = (1, 3)$  sulla retta passante per l'origine e ortogonale a  $\vec{v} = (1, 1)$

#### 17. ESONERO MARTEDÌ 13 NOVEMBRE 2007 (I VERSIONE)

**Esercizio 68.** Si lancia due volte una moneta (equilibrata) e sia  $(x_1, x_2) \in \{T, C\} \times \{T, C\}$  il risultato, mentre  $N_T$  e  $N_C$  sono rispettivamente il numero totale di T e C nei due lanci. Si considerino gli eventi  $A = \{x_1 = T\}$ ,  $B = \{x_2 = C\}$ ,  $C = \{N_T \geq N_C\}$ . Si calcolino le loro probabilità e le probabilità degli eventi  $A^c$ ,  $A \cap C$ ,  $A \cup B$ ,  $A \cup C$ .

**Esercizio 69.** Si dica per quali  $k$  il seguente sistema ha soluzione

$$\begin{cases} (k-7)x - 2y = 1 \\ (k-1)x + (k-2)y = -1 \end{cases}$$

**Esercizio 70.** Si studi il segno della funzione

$$f(x) = (e^x - 1) \cdot (x^2 + x)$$

**Esercizio 71.** Si scriva l'equazione della retta ortogonale a  $\vec{v} = (-1, 2)$  e passante per  $P = (1, -1)$ . Si dia la forma parametrica della stessa retta.

**Esercizio 72.** Sia A la matrice

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Si scriva la matrice inversa di A e il prodotto  $A \cdot A$ .

#### 18. ESONERO MARTEDÌ 13 NOVEMBRE (II VERSIONE)

**Esercizio 73.** Si lancia due volte una moneta (equilibrata) e sia  $(x_1, x_2) \in \{T, C\} \times \{T, C\}$  il risultato, mentre  $N_T$  e  $N_C$  sono rispettivamente il numero totale di T e C nei due lanci. Si considerino gli eventi  $A = \{x_1 = C\}$ ,  $B = \{x_2 = T\}$ ,  $C = \{N_T < N_C\}$ . Si calcolino le loro probabilità e le probabilità degli eventi  $B^c$ ,  $A \cap C$ ,  $A \cup B$ ,  $B \cup C$ .

**Esercizio 74.** Si dica per quali  $k$  il seguente sistema ha soluzione

$$\begin{cases} (k-3)x + (k-1)y = 1 \\ x + (k-3)y = -1 \end{cases}$$

**Esercizio 75.** Si studi il segno della funzione

$$f(x) = (e^x - 1) \cdot (x^2 - x)$$

**Esercizio 76.** Si scriva l'equazione della retta ortogonale a  $\vec{v} = (2, 1)$  e passante per  $P = (1, 1)$ . Si dia la forma parametrica della stessa retta.

**Esercizio 77.** Sia  $A$  la matrice

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 9 & 7 \end{pmatrix}$$

Si scriva la matrice inversa di  $A$  e il prodotto  $A \cdot A$ .

#### 19. ESONERO GENNAIO 2008

**Esercizio 78.** Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$$

trovando il dominio, gli eventuali asintoti orizzontali e verticali, gli intervalli di crescita e decrescenza, e gli eventuali massimi e minimi relativi e assoluti.

**Esercizio 79.** Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{\frac{x^2 + 1}{x^2 + e^{-x}}}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n + 1}{\sqrt{n^4 + 1}}.$$

**Esercizio 80.** Calcolare i seguenti integrali definiti:

$$\int_0^1 x(x^2 + 1)^{\frac{1}{3}} dx, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx.$$

**Esercizio 81.** Un'urna contiene 3 sfere nere e 7 bianche. Si effettuano quattro estrazioni con restituzione (prove ripetute indipendenti). Qual'è la probabilità che vengano estratte due (e non più) sfere bianche di seguito?

Se  $N$  è il numero delle estrazioni, tra le quattro, che danno una sfera nera calcolare la probabilità che sia  $N = 2$  e il valor medio  $M(N)$ .

#### ESAME DEL 3 FEBBRAIO 2010

**Esercizio 1.** Al variare del parametro  $k$  dire quante soluzioni ha il seguente sistema:

$$(a) \begin{cases} (3+k)x - y = 3 \\ (k-5)x + ky = -3 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} (3+k)x - y = 1 \\ (k-5)x + ky = 2 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} (k+3)x - 8y = 2 \\ kx + (k-3)y = 1 \end{cases} \quad (d) \begin{cases} (k+3)x - 8y = -6 \\ kx + (k-3)y = -9 \end{cases}$$

**Esercizio 2.** Data la funzione

$$(a) f(x) = \frac{e^{5x}}{x-2} \quad (b) f(x) = \frac{e^{4x}}{x-3} \quad (c) f(x) = \frac{e^{3x}}{x-4} \quad (d) f(x) = \frac{e^{2x}}{x-5}$$

trovare il dominio, gli eventuali asintoti al grafico della funzione, gli intervalli del dominio in cui la funzione decresce e gli eventuali massimi e/o minimi.

**Esercizio 3.** Per  $x \geq 0$ , calcolare l'area della parte di piano delimitata dai grafici delle funzioni

$$(a) f(x) = e^{2x} \text{ e } g(x) = 3 \quad (b) f(x) = e^{x-1} \text{ e } g(x) = 1/2 \\ (c) f(x) = e^{1-x} \text{ e } g(x) = 1 \quad (d) f(x) = e^{-x} \text{ e } g(x) = 1/3$$

e dall'asse  $y$  di un riferimento cartesiano.

**Esercizio 4.** In laboratorio una *Drosophila* ha una probabilità  $1/4$  di vivere più di 30 giorni e  $1/5$  di vivere più di 40 giorni.

- Su un campione di 10 *Drosophile* con quale probabilità dopo 30 giorni ne sopravvivono esattamente 3? Quante in media sopravvivono?
- Su un campione di 8 *Drosophile* con quale probabilità dopo 40 giorni ne sopravvivono esattamente 3? Quante in media sopravvivono?
- Su un campione di 20 *Drosophile* con quale probabilità dopo 30 giorni ne sopravvivono esattamente 2? Quante in media sopravvivono?
- Su un campione di 10 *Drosophile* con quale probabilità dopo 40 giorni ne sopravvivono esattamente 2? Quante in media sopravvivono?

ESAME DEL 23 FEBBRAIO 2010

**Esercizio 1.** Siano  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  i seguenti vettori del piano:

$$(a) \vec{u} = (2, 1), \vec{v} = (3, 1) \quad (b) \vec{u} = (2, 2), \vec{v} = (3, 1)$$

$$(c) \vec{u} = (2, 2), \vec{v} = (3, -1) \quad (d) \vec{u} = (2, -1), \vec{v} = (3, 1)$$

- Si calcoli  $\vec{w} = 2\vec{u} - \vec{v}$ .
- Si calcoli il coseno dell'angolo compreso tra i vettori  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ .
- si scriva l'equazione della retta passante per il punto  $P = (2, 1)$  e ortogonale al vettore  $\vec{u}$ .

**Esercizio 2.** Si consideri la funzione

$$(a) f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{(x + 3)^2} \quad (b) f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x + 2)^2} \quad (c) f(x) = \frac{x^2 - 6x + 5}{(x + 3)^2} \quad (d) f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{(x + 5)^2}.$$

Determinarne il dominio, le intersezioni con gli assi, gli intervalli in cui la funzione è positiva, i limiti agli estremi del dominio di definizione, gli intervalli di crescita e decrescenza, i massimi e minimi locali. Tracciarne il grafico.

**Esercizio 3.** Trovare il valore di  $k > 0$  per cui si ha

$$(a) \int_0^k \sqrt{x+1} dx = 18 - \frac{2}{3} \quad (b) \int_0^k e^{2x} dx = \frac{e^6 - 1}{2}$$

$$(c) \int_0^k 3e^{-3x} dx = 1 - e^{-6} \quad (d) \int_0^k \frac{1}{\sqrt{x+2}} dx = 2(\sqrt{5} - \sqrt{2})$$

**Esercizio 4.** Sia  $p$  la probabilità che un neonato nasca con gli occhi azzurri. Se in un giorno al Policlinico Umberto I nascono  $n$  bambini:

- con che probabilità solo uno di essi ha gli occhi azzurri?
- con che probabilità almeno due di essi hanno gli occhi azzurri?
- in media, quanti neonati avranno gli occhi azzurri?

Risolvere l'esercizio assumendo che  $p$  e  $n$  sono uguali ai seguenti valori:

$$(a) p = 0.3 \text{ e } n = 20 \quad (b) p = 0.2 \text{ e } n = 20 \quad (c) p = 0.3 \text{ e } n = 15 \quad (d) p = 0.4 \text{ e } n = 12$$

ESAME DEL 14 GIUGNO 2010

**Esercizio 1.** Sia  $\vec{v}$  il seguente vettore del piano:

$$(a) \vec{v} = (1, 2) \quad (b) \vec{v} = (3, 1) \quad (c) \vec{v} = (1, -2) \quad (d) \vec{v} = (3, -1)$$

Determinare l'equazione della retta passante per il punto  $(2, 2)$  e ortogonale a  $\vec{v}$ . Determinare una parametrizzazione della stessa retta.

**Esercizio 2.** Data la funzione

$$(a) f(x) = \frac{e^{2x}}{3-2x}, \quad (b) f(x) = \frac{e^{3x}}{1+2x}, \quad (c) f(x) = \frac{e^{-2x}}{3x-1}, \quad (d) f(x) = \frac{e^{-3x}}{2-3x}.$$

determinare il dominio e gli eventuali intervalli del dominio in cui si ha  $f(x) > 0$ . Trovare gli eventuali asintoti verticali e/o orizzontali al grafico della funzione e gli eventuali punti di massimo e minimo.

**Esercizio 3.** Data la funzione

$$(a)f(x) = \frac{1}{x+3} \quad (b)f(x) = \frac{4}{2+x}, \quad (c)f(x) = \frac{2}{3+2x}, \quad (d)f(x) = \frac{3}{3x+8}.$$

trovare l'area della parte di piano delimitata dal grafico di  $f(x)$ , dall'asse verticale di un riferimento cartesiano e dalla semiretta  $y = x, x \geq 0$ .

**Esercizio 4.** Mario Domenica deve guidare l'auto. La probabilità che Domenica piova è:

$$(a)1/3 \quad (b)1/4 \quad (c)1/5 \quad (d)1/2$$

In un giorno di pioggia il tasso di incidenti stradali è del 3 per mille (ovvero, ogni 1000 auto 3 hanno un incidente). Mentre in un giorno non piovoso il tasso di incidenti è solo dello 0,5 per mille.

1. Sapendo che Domenica c'è il sole, con che probabilità Mario ha un incidente?
2. Con che probabilità Domenica c'è il sole e Mario ha un incidente?
3. Con che probabilità Mario ha un incidente (senza sapere se piove oppure no)?
4. Sapendo che Mario Domenica ha avuto un incidente, con che probabilità ha piovuto?

ESAME DEL 12 LUGLIO 2010

**Esercizio 1.** Determinare, al variare del parametro  $k$ , quando il seguente sistema ha soluzione e in tali casi quante sono le soluzioni

$$\begin{array}{ll} a) \begin{cases} kx + (k-1)y = 1 \\ 3x + (k-1)y = 3 \end{cases} & b) \begin{cases} kx + (k-2)y = 1 \\ 4x + (k-2)y = 4 \end{cases} \\ c) \begin{cases} (k-3)x + ky = 1 \\ (k-3)x + 2y = 2 \end{cases} & d) \begin{cases} (k-4)x + ky = 1 \\ (k-4)x + 3y = 3 \end{cases} \end{array}$$

**Esercizio 2.** Data la funzione

$$\begin{array}{ll} (a) f(x) = (x-6) \log^3(x-1) & (b) f(x) = (x-4) \log^3(x-1) \\ (c) f(x) = (x-7) \log^5(x-1) & (d) f(x) = (x-5) \log^5(x-1) \end{array}$$

determinare il dominio, gli zeri, e il segno della funzione. Calcolare i limiti agli estremi dell'intervallo di definizione. Individuare l'equazione della retta tangente al grafico di  $f(x)$  nel punto  $P = (2, f(2))$  e interpretare geometricamente il risultato ottenuto.

**Esercizio 3.** Data la funzione

$$(a) f(x) = e^{2x+1} \quad (b) f(x) = e^{2-3x} \quad (c) f(x) = e^{3x-1} \quad (d) f(x) = e^{2-2x}$$

calcolare il valor medio integrale

$$m = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x) dx.$$

**Esercizio 4.** Due bambini giocano con una moneta truccata per la quale testa esce con probabilità  $\frac{1}{3}$ . Se esce testa pescano una pallina a caso da una scatola che contiene 2 palline rosse e 3 bianche se esce croce pescano una pallina a caso da una scatola che contiene 7 palline rosse e 3 bianche. Dopo ogni estrazione rimettono la pallina nella scatola dalla quale è stata estratta.

- (a) con che probabilità esce prima testa e poi una pallina bianca? con che probabilità esce una pallina bianca? Dopo 5 lanci con che probabilità saranno uscite esattamente due palline rosse?
- (b) con che probabilità esce prima croce e poi una pallina bianca? con che probabilità esce una pallina bianca? Dopo 6 lanci con che probabilità saranno uscite esattamente due palline rossa?
- (c) con che probabilità esce prima testa e poi una pallina rossa? con che probabilità esce una pallina rossa? Dopo 5 lanci con che probabilità saranno uscita esattamente tre palline bianche?
- (d) con che probabilità esce prima croce e poi una pallina bianca? con che probabilità esce una pallina rossa? Dopo 6 lanci con che probabilità saranno uscite esattamente due palline bianche?

**Esercizio 1.** Sia  $u$  il vettore  $(2, k)$  e  $v$  il vettore  $(k, 3)$ . Dire per quali valori di  $k$ :

- (a) il vettore  $u + v$  è parallelo al vettore  $(1, 2)$  e per quali è ortogonale.
- (b) il vettore  $u - v$  è parallelo al vettore  $(1, -3)$  e per quali è ortogonale.
- (c) il vettore  $u - v$  è parallelo al vettore  $(1, 2)$  e per quali è ortogonale.
- (d) il vettore  $u + v$  è parallelo al vettore  $(1, -3)$  e per quali è ortogonale.

**Esercizio 2.** Studiare le principali proprietà della funzione

- (a)  $f(x) = x\sqrt{4x - x^2}$
- (b)  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+3x}}{e^x}$
- (c)  $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x-1}}$
- (d)  $f(x) = (e^{1-x})\sqrt{1-x}$

e tentare un grafico.

**Esercizio 3.** Calcolare l'area della parte di piano delimitata dai grafici delle funzioni

- (a)  $f(x) = x^2 - 1$  e  $g(x) = x$
- (b)  $f(x) = 1 - x^2$  e  $g(x) = -x$
- (c)  $f(x) = x^2 + x$  e  $g(x) = x + 1$
- (d)  $f(x) = 2x - x^2$  e  $g(x) = 3x$

**Esercizio 4.** Un gioco consiste nel lanciare un dado

- a) 8 volte
- b) 9 volte
- c) 7 volte
- d) 6 volte

Con che probabilità si ottiene 2 esattamente 3 volte?

Con che probabilità si ottiene il 4 o il 6 esattamente 2 volte?

Con che probabilità si ottiene il 6 almeno 7 volte?

Con che probabilità si ottiene 1 almeno 2 volte?