

● Esercizi 6.12.2011

- 1) Tracciare un grafico approssimativo delle seguenti funzioni:

$$f:]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1 + \log x}{x}$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{|e^x - 1|}{1 + |x|}$$

- 2) Definiamo le seguenti "funzioni iperboliche":

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \text{seno iperbolico}$$

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad \text{coseno iperbolico}$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \quad \text{tangente iperbolica}$$

a) Verificare l'identità $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

- b) Dimostrare che

$$D \sinh x = \cosh x, \quad D \cosh x = \sinh x$$

$$D \tanh x = \frac{1}{\cosh^2 x}$$

- c) Tracciare un grafico approssimativo delle funzioni iperboliche.

- 3) Tracciare il grafico della funzione

$$f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$$

- 4) Dimostrare che $\forall x > 0$ risulta $x e^{\frac{1}{\sqrt{x}}} > 1$

- 5) Trovare il massimo e il minimo della funzione

$$f: [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = (x^2 - 5x + 7) e^x$$

6) Trovare massimo e minimo della funzione
 $f: [0, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x \cos 2x$

7) Tra tutti i rettangoli inscritti nell'ellisse
di equazione $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ trovare quello di
area massima.

8) Sia $m \in \mathbb{R}$. Si dica per quali valori del
parametro reale q l'equazione
 $e^x = mx + q$
ha due, una o nessuna soluzione.

9) Fra tutti i coni circolari circoscritti ad una sfera,
determinare quello di superficie laterale minima.

10) Dimostrare che esiste un solo numero reale x_0
per cui si annulla la funzione

$$f(x) = \frac{x-1}{1+x^2} + \operatorname{arctg} x$$