

**ESERCIZI PREPARATORI DI ALGEBRA PER LA PROVA DEL  
31 MAGGIO 2005**

MICHELE GRASSI

I seguenti esercizi sono solo **ALCUNI ESEMPI** possibili. Ovviamente gli esercizi della prova intermedia potranno essere di tipo diverso. In particolare fate riferimento agli esempi svolti in classe, e agli esercizi suggeriti durante le lezioni.

1. METODO DI GAUSS, INVERSA DI UNA MATRICE

a) Si calcoli il rango della matrice

$$A_t = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 4t-3 & 8t-2 & 4t-3 \\ 1-4t & 2-8t & 5-4t \end{pmatrix}$$

al variare del parametro reale  $t$ .

b) Si calcoli l'inversa di  $A_1$ .

2. DETERMINANTE, CAMBIAMENTI DI BASE

a) Al variare del parametro reale  $t$ , si calcoli il determinante della matrice  $B_t = A_t^3$ , dove  $A_t$  è la matrice

$$A_t = \begin{pmatrix} t+1 & \frac{t}{2} & 1-\frac{t}{2} \\ t-1 & \frac{t}{2}+2 & 1-\frac{t}{2} \\ 1-t & -\frac{t}{2} & 1+\frac{t}{2} \end{pmatrix}$$

b) Per i valori di  $t$  per i quali  $\det(B_t) = 0$ , si calcoli una base di  $\text{Ker}(A_t)$  e una base di  $\text{Im}(A_t)$ .

c) L'unione delle due basi precedenti è una base di  $\mathbb{R}^3$  ?

d) Se la risposta alla domanda precedente è affermativa, si calcoli la matrice della applicazione associata alla matrice  $A_t$  in questa base (per  $t$  qualsiasi, non solo per i valori individuati nel punto b)

3. DIAGONALIZZAZIONE

a) Si studi la diagonalizzabilità della matrice

$$A_t = \begin{pmatrix} 3 & t & t+1 \\ -1 & t+2 & t-1 \\ 1 & -t & 3-t \end{pmatrix}$$

al variare del parametro reale  $t$ .

b) Per i valori di  $t$  per i quali  $A_t$  è diagonalizzabile, si trovi una base di autovettori e la matrice associata alla trasformazione  $L_{A_t}$  tramite questa base.