

Compito di Analisi Matematica, Seconda parte, Tema 1

18 settembre 2019

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

**Esercizio 1.** Data l'equazione differenziale

$$D^4y(x) - 8Dy(x) = 4x + 9 \cos(x) - 7 \sin(x) \quad (*)$$

- (1) determinare la soluzione generale dell'equazione omogenea associata;
- (2) determinare una soluzione particolare di (\*);
- (3) determinare le soluzioni di (\*) che hanno sviluppo di Taylor in  $x = 0$  uguale a  $1 - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$ .

**Esercizio 2.** Al variare dei parametri  $\alpha, x \in \mathbb{R}$  determinare il comportamento della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(n!)^\alpha} \left( \frac{x^2 - x + 1}{1 + x^2} \right)^n.$$

Determinare poi insieme di convergenza e somma della serie per  $\alpha = 0$  ed  $\alpha = 1$ .

**Esercizio 3.**

(1) Determinare la primitiva  $F$  della funzione  $\frac{1}{1+e^x}$  che vale 0 in  $x = 0$  e determinarne il limite per  $x \rightarrow +\infty$ . Dire poi se  $F$  è integrabile su  $(0, +\infty)$ .

(2) Calcolare il valore  $\int_0^2 \sqrt{2^x - 1}$ .