

Compito di Analisi Matematica, Seconda parte, Tema 1

07 giugno 2019

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

**Esercizio 1.** Determinare al variare del parametro reale  $\beta$  il comportamento delle due serie

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} 2^{\beta \ln(n)}; \quad (b) \sum_{n=1}^{+\infty} \left( \arctan\left(\frac{\beta}{n}\right) + \ln\left(1 + \frac{3}{n}\right) \right).$$

**Istruzioni:** Verranno corrette solo le risposte scritte su questo foglio. La soluzione di ogni esercizio deve essere giustificata con i passaggi fondamentali del procedimento e scritta nello spazio bianco sotto ad ogni esercizio.

**Esercizio 2.** Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$(1 + x^2)y'(x) + xy(x) = (1 + x^2)^{-1}.$$

Stabilire poi se la soluzione tale che  $y(0) = -1$  è una funzione limitata su  $\mathbb{R}$  o meno.

**Esercizio 3.** Data  $f(x) = e^{-|x|}(x^2 + 2x)$ , definita per  $x \in \mathbb{R}$

- (1) determinarne eventuali asintoti, massimi e minimi locali/assoluti;
- (2) determinare le zone in cui  $f$  è convessa;
- (3) calcolarne l'integrale su  $[-2, 1]$ ;
- (4) determinare poi per quali  $\beta \in \mathbb{R}$  l'equazione  $f(x) = \beta$  ha soluzione.

## Compito di Analisi Matematica, Seconda parte, Tema 2

07 giugno 2019

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

**Esercizio 1.** Determinare al variare del parametro reale  $\beta$  il comportamento delle due serie

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} 3^{\beta \ln(n)}; \quad (b) \sum_{n=1}^{+\infty} \left( \arctan \left( \frac{\beta}{n} \right) + \ln \left( 1 + \frac{2}{n} \right) \right).$$

**Istruzioni:** Verranno corrette solo le risposte scritte su questo foglio. La soluzione di ogni esercizio deve essere giustificata con i passaggi fondamentali del procedimento e scritta nello spazio bianco sotto ad ogni esercizio.

**Esercizio 2.** Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$(1 + x^2)y'(x) + xy(x) = (1 + x^2)^{-1}.$$

Stabilire poi se la soluzione tale che  $y(0) = -2$  è una funzione limitata su  $\mathbb{R}$  o meno.

**Esercizio 3.** Data  $f(x) = e^{-|x|}(x^2 - 2x)$ , definita per  $x \in \mathbb{R}$

- (1) determinarne eventuali asintoti, massimi e minimi locali/assoluti;
- (2) determinare le zone in cui  $f$  è convessa;
- (3) calcolarne l'integrale su  $[-2, 1]$ ;
- (4) determinare poi per quali  $\beta \in \mathbb{R}$  l'equazione  $f(x) = \beta$  ha soluzione.