

Esercizi su integrali ed equazioni differenziali
marzo 2018

1. Trovare una primitiva delle seguenti funzioni e fare la verifica derivando:

(a) $\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}$

(b) $\sin^3(x)e^{\cos(x)}$

(c) $\sin(\log(x))$

(d) $\frac{2^x}{4^x + 1}$

(e) $\sqrt{3 - 2x^2}$

(f) $\sqrt[3]{1 + \sqrt{x}}$

2. Calcolare i seguenti integrali nell'intervallo di estremi indicati:

(a) $\int_0^{2\pi} \frac{1}{\sin x + \cos x} dx$

(b) $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{3 + 2\sin^2 x} dx$

3. Calcolare l'integrale in funzione delle variabili k e a e poi dire per quali valori $a > 0$ il limite per $k \rightarrow \infty$ è finito

(a) $\int_0^k \frac{x}{x^a + 3} dx$

(b) $\int_1^k \frac{\log^2 x}{x^a} dx$

4. Risolvere le seguenti equazioni differenziali:

(a)
$$\begin{cases} y'(x) = \frac{7x}{y(x)} \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} y'(x) + y(x) = \frac{1}{2 + e^x} \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} y'(x) + xy(x) = x^3 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} y'(t) + \frac{y(x)}{x+1} = x^2 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} y'(t) = 2y(x) - \frac{3x}{y(x)^2} \\ y(0) = 3 \end{cases}$$