Prima prova in Itinere Ist. Mat. 1, Prima parte, Tema 1

29 novembre 2016

COGNOME:	NOME:	MATR.:

1) Sia $k \in \mathbb{R}$. I vettori $v = (1, k-2, 3)$ e $w = (k, 2, k^2 - 1)$, sono ortogonali per
A: $k = 0$; B: $k = 1$; C: nessun k; D: -2; E: N.A.

2) La funzione $f(x) = 3 - 2\sin(3\pi x)$
A: ha max $= 3$; B: ha periodo $2/3$; C: è pari; D: N.A. E: ha min $= 0$.

3) Il modulo del numero complesso $\left(\frac{i+1}{i-1}\right)^2$ è
A: 1; B: 2; C: $\sqrt{3}$; D: 0; E: N.A.

4) Una radice quadrata di i è uguale a
A: -1; B: $\cos(\frac{\pi}{2}) + i\sin(\frac{\pi}{2})$; C: $\cos(\frac{\pi}{4}) + i\sin(\frac{\pi}{4})$; D: $1 + i$; E: N.A.

5) La funzione $f(x) = x\log(x^2 + 1)$ definita per $x \geq 0$ è
A: crescente; B: limitata; C: N.A. D: periodica; E: strettamente positiva.

6) Il polinomio $x^3 + x^2 - x - 1$ è uguale a
A: $(x + 1)(x^2 + 1)$; B: $(x + 1)^2(x - 1)$; C: N.A.
D: $(x + 1)(x - i)(x + 1)$; E: $(x + 1)(x - i)(x + i)$.

7) La sostanza radioattiva A ha tempo di dimezzamento di 10 anni. Raggiunge un terzo della massa iniziale in
A: $10\log(3)/\log(2)$ anni; B: $10\log(1/3)$ anni; C: $10\log(2/3)$ anni;
D: $10\log(2)/\log(3)$ anni; E: N.A.

8) L'insieme $\{x \in \mathbb{R}\colon \log(1 + |x + 2|) - \log 3 \leq 2\log 2\}$ è uguale a
A: $(9, 13)$; B: $[-13, 9]$; C: $[9, 11]$; D: N.A.; E: $(-13, 9)$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
RISPOSTE	E	B	A	C	A	B	A	B

Prima prova in Itinere Ist. Mat. 1, Prima parte, Tema 2

29 novembre 2016

COGNOME:	NOME:	MATR.:

1) Sia $k \in \mathbb{R}$. I vettori $v = (1, k-2, 0)$ e $w = (k, 2, k^2-1)$, sono ortogonali per
A: $k = 0$; B: $k = 1$; C: nessun k; D: 4/3; E: N.A.

2) La funzione $f(x) = 3 - 2\cos(3\pi x)$
A: ha max $= 5$; B: ha periodo 1/3; C: è dispari; D: N.A. E: ha min $= 0$.

3) Il coniugato del numero complesso $\frac{2i+1}{2i-3}$ è
A: 1; B: $i/2$; C: $(1-3i)/2$; D: $(1+i)/2$; E: N.A.

4) Una radice quadrata di -1 è uguale a
A: -1; B: $\cos(\frac{\pi}{4}) + i\sin(\frac{\pi}{4})$; C: $\cos(\frac{\pi}{2}) + i\sin(\frac{\pi}{2})$; D: $1+i$; E: N.A.

5) La funzione $f(x) = xe^{x^3+1}$ definita per $x \geq 0$ è
A: periodica; B: limitata; C: N.A. D: strettamente positiva ; E: crescente.

6) Il polinomio $x^3 - x^2 - x + 1$ è uguale a
A: $(x+2)(x^2+1)$; B: $(x+1)(x-2i)(x+2i)$; C: N.A.
D: $(x-1)(x^2+1)$; E: $(x-1)^2(x+1)$.

7) La sostanza radioattiva A ha tempo di dimezzamento di 10 anni. Raggiunge un quinto della massa iniziale in
A: $10\log(1/5)$ anni; B: $10\log(2/5)$ anni; C: $10\log(2)/\log(5)$ anni;
D: N.A.; E: $10\log(5)/\log(2)$ anni.

8) L'insieme $\{x \in \mathbb{R}\colon \log(2+|x+1|) - \log 3 \leq 2\log 2\}$ è uguale a
A: $[-11, 9]$; B: $[9, 11]$; C: N.A.; D: $(-11, 9)$; E: $(9, 11)$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
RISPOSTE	D	A	E	C	E	E	E	A

Prima prova in Itinere Ist. Mat. 1, Prima parte, Tema 3

29 novembre 2016

COGNOME:	NOME:	MATR.:

1) Sia $k \in \mathbb{R}$. I vettori $v = (k, k-2, -1)$ e $w = (k, 2, k^2 - 1)$, sono ortogonali per
A: $k = 0$; B: $k = -3/2$; C: nessun k; D: 1; E: N.A.

2) La funzione $f(x) = 2 - 3\sin(4\pi x)$
A: ha max $= 3$; B: è dispari; C: ha periodo $1/3$; D: N.A. E: ha min $= 0$.

3) Il coniugato del numero complesso $\frac{(i-1)^2}{i+1}$ è
A: 1; B: $2i$; C: $-i$; D: $-i-1$; E: N.A.

4) Una radice quadrata di $-i$ è uguale a
A: $\cos(\frac{3\pi}{4}) + i\sin(\frac{3\pi}{4})$; B: -1; C: $1+i$; D: $\cos(\frac{\pi}{2}) - i\sin(\frac{\pi}{2})$; E: N.A.

5) La funzione $f(x) = x^2\log(x+1)$ definita per $x \geq 0$ è
A: limitata; B: crescente; C: N.A. D: periodica; E: strettamente positiva.

6) Il polinomio $2x^3 + 2x^2 + 2x + 2$ è uguale a
A: $2(x+1)(x^2+1)$; B: $2(x+1)^2(x-1)$; C: N.A.
D: $2(x+1)^2(x-i)$; E: $2(x+1)(x-i)(x+i)$.

7) La sostanza radioattiva A ha tempo di dimezzamento di 7 anni. Raggiunge un quinto della massa iniziale in
A: $7\log(2/5)$ anni; B: $7\log(2)/\log(5)$ anni;
C: N.A.; D: $7\log(5)/\log(2)$ anni; E: $7\log(1/5)$ anni.

8) L'insieme $\{x \in \mathbb{R}: \log(1 + |x+2|) - \log 2 \leq 2\log 3\}$ è uguale a
A: $[15, 19]$; B : N.A.; C: $(-19, 15)$; D: $(15, 19)$; E: $[-19, 15]$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
RISPOSTE	E	D	E	A	B	A	D	E

Prima prova in Itinere Ist. Mat. 1, Prima parte, Tema 4

29 novembre 2016

COGNOME:	NOME:	MATR.:

1) Sia $k \in \mathbb{R}$. I vettori $v = (1, k+2, -3)$ e $w = (3k^2, 1, k^2+1)$, sono ortogonali per
A: $k = 0$; B: $k = 1$; C: nessun k; D: -2; E: N.A.

2) La funzione $f(x) = 3 - 3\sin(2\pi x)$
A: ha max $= 3$; B: ha periodo $2/3$; C: è pari; D: N.A. E: ha min $= 0$.

3) Il modulo del numero complesso $\left(\frac{i-1}{i+1}\right)^2$ è
A: 1; B: 2; C: $\sqrt{3}$; D: 0; E: N.A.

4) Una radice quadrata di $4i$ è uguale a
A: -2; B: $2\cos(\frac{\pi}{4}) + i\sin(\frac{\pi}{4})$; C: $2\cos(\frac{\pi}{2}) + i\sin(\frac{\pi}{2})$; D: $2 + 2i$; E: N.A.

5) La funzione $f(x) = x^2 e^{x+1}$ definita per $x \geq 0$ è
A: crescente; B: limitata; C: N.A. D: periodica; E: strettamente positiva.

6) Il polinomio $x^3 + 3x^2 - x - 3$ è uguale a
A: $(x+3)(x^2-1)$; B: $(x-3)(x^2+2)$; C: N.A.
D: $(x+2)(x-i)(x+1)$; E: $(x-3)(x^2+1)$.

7) La sostanza radioattiva A ha tempo di dimezzamento di 7 anni. Raggiunge un terzo della massa iniziale in
A: $7\log(2)/\log(3)$ anni; B: N.A.; C: $7\log(3)/\log(2)$ anni;
D: $7\log(1/3)$ anni; E: $7\log(2/3)$ anni.

8) L'insieme $\{x \in \mathbb{R}\colon \log(1 + |x+2|) - \log 5 \leq 2\log 2\}$ è uguale a
A: N.A.; B: $(-22, 16)$; C: $(16, 22)$ D: $[-22, 16]$; E: $[16, 22]$.

	1	2	3	4	5	6	7	8
RISPOSTE	B	E	A	E	A	A	C	A

Compito di Istituzioni di Matematica 1
Seconda parte, Tema A
29 novembre 2016

COGNOME:	NOME:	MATR.:

Esercizio 1.

(a) Determinare tutti i numeri complessi z soluzioni dell'equazione

$$z^4 - 2z^2 + 2 = 0.$$

(b) Siano z_1 e z_2 le due radici con parte reale minore, z_3, z_4 le due radici con parte reale maggiore. Di queste siano z_1 e z_3 quelle con parte immaginaria positiva. Calcolare l'area del triangolo che ha per vertici z_1, z_2, z_3^2.

Istruzioni: Verranno corrette solo le risposte scritte su questo foglio. La soluzione di ogni esercizio deve essere giustificata, in forma breve, con i passaggi fondamentali del procedimento e scritta nello spazio bianco sotto ad ogni esercizio. I conti e la bruttacopia possono essere svolti su un foglio a parte, da non consegnare, e non saranno corretti.

Esercizio 2. Data la retta r passante per i punti $(1, 1)$ e $(-3, 0)$

(i) Determinare il punto medio M dei punti dati e la retta s ortogonale a r passante per M;

(ii) Trovare i vettori di modulo 1 che formano un angolo di $\frac{\pi}{4}$ con il versore direzione della retta r.

(iii) Individuare le due rette s_1, s_2 passanti per il punto M e che formano un angolo di ampiezza $\pi/4$ con la retta data r.

Esercizio 3.

(i) Dire per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la seguente funzione è continua.

$$f(x) = \begin{cases} (a+1)5^{(x-\frac{1}{2})} & \text{per } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{x+5}-\sqrt{5}}{x}\sqrt{x+4} & \text{per } x > 0 \end{cases}$$

(ii) Calcolare, per il valore di a trovato nel punto precedente, i seguenti limiti:

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) \qquad \text{e} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x)$$

Esercizio 4. Siano dati gli insiemi

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt[3]{|\, x^2 - 8x + 15 \,|} < 2\}$$

e

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid \sin^2(\pi(x+3)) \geq \frac{1}{4}\}$$

(i) Calcolare il sup e l'inf dell'insieme A e dire se A ammette massimo e/o minimo.

(ii) Calcolare il sup e l'inf dell'insieme $A \cap B$ e dire se $A \cap B$ ammette massimo e/o minimo.

Compito di Istituzioni di Matematica 1
Seconda parte, Tema B
29 novembre 2016

COGNOME:	NOME:	MATR.:

Esercizio 1.

(a) Determinare tutti i numeri complessi z soluzioni dell'equazione

$$z^4 - 2z^2 + 2 = 0.$$

(b) Siano z_1 e z_2 le due radici con parte reale minore, z_3, z_4 le due radici con parte reale maggiore. Di queste siano z_1 e z_3 quelle con parte immaginaria positiva. Calcolare l'area del triangolo che ha per vertici z_1, z_2, z_3^2.

Istruzioni: Verranno corrette solo le risposte scritte su questo foglio. La soluzione di ogni esercizio deve essere giustificata, in forma breve, con i passaggi fondamentali del procedimento e scritta nello spazio bianco sotto ad ogni esercizio. I conti e la bruttacopia possono essere svolti su un foglio a parte, da non consegnare, e non saranno corretti.

Esercizio 2. Data la retta r passante per i punti $(1, 1)$ e $(0, -3)$

(i) Determinare il punto medio M dei punti dati e la retta s ortogonale a r passante per M;

(ii) Trovare i vettori di modulo 1 che formano un angolo di $\frac{\pi}{4}$ con il versore direzione della retta r.

(iii) Individuare le due rette s_1, s_2 passanti per il punto M e che formano un angolo di ampiezza $\pi/4$ con la retta data r.

Esercizio 3.

(i) Dire per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la seguente funzione è continua.

$$f(x) = \begin{cases} (a-1)3^{(-2x-\frac{1}{2})} & \text{per } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3}}{x}\sqrt{x+1} & \text{per } x > 0 \end{cases}$$

(ii) Calcolare, per il valore di a trovato nel punto precedente, i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) \qquad \text{e} \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x)$$

Esercizio 4. Siano dati gli insiemi

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt[3]{| \, x^2 - 8x + 15 \, |} < 2\}$$

e

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid \sin^2(\pi(x+3)) \geq \frac{1}{4}\}$$

(i) Calcolare il sup e l'inf dell'insieme A e dire se A ammette massimo e/o minimo.

(ii) Calcolare il sup e l'inf dell'insieme $A \cap B$ e dire se $A \cap B$ ammette massimo e/o minimo.

Compito di Istituzioni di Matematica 1
Seconda parte, Tema C
29 novembre 2016

COGNOME:	NOME:	MATR.:

Esercizio 1.

(a) Determinare tutti i numeri complessi z soluzioni dell'equazione

$$z^4 - 6z^2 + 25 = 0.$$

(b) Siano z_1 e z_2 le due radici con parte reale minore, z_3, z_4 le due radici con parte reale maggiore. Di queste siano z_1 e z_3 quelle con parte immaginaria positiva. Calcolare l'area del triangolo che ha per vertici z_1, z_2, z_3^2.

Istruzioni: Verranno corrette solo le risposte scritte su questo foglio. La soluzione di ogni esercizio deve essere giustificata, in forma breve, con i passaggi fondamentali del procedimento e scritta nello spazio bianco sotto ad ogni esercizio. I conti e la bruttacopia possono essere svolti su un foglio a parte, da non consegnare, e non saranno corretti.

Esercizio 2. Data la retta r passante per i punti $(-1,-1)$ e $(3,0)$

(i) Determinare il punto medio M dei punti dati e la retta s ortogonale a r passante per M;

(ii) Trovare i vettori di modulo 1 che formano un angolo di $\frac{\pi}{4}$ con il versore direzione della retta r.

(iii) Individuare le due rette s_1, s_2 passanti per il punto M e che formano un angolo di ampiezza $\pi/4$ con la retta data r.

Esercizio 3.

(i) Dire per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la seguente funzione è continua.

$$f(x) = \begin{cases} (a-2)3^{(-x-\frac{1}{2})} & \text{per } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3}}{x}\sqrt{4x+4} & \text{per } x > 0 \end{cases}$$

(ii) Calcolare, per il valore di a trovato nel punto precedente, i seguenti limiti:

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) \qquad \text{e} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x)$$

Esercizio 4. Siano dati gli insiemi

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt[3]{| x^2 - 8x + 15 |} < 2\}$$

e

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid \sin^2(\pi(x+3)) \geq \frac{1}{2}\}$$

(i) Calcolare il sup e l'inf dell'insieme A e dire se A ammette massimo e/o minimo.

(ii) Calcolare il sup e l'inf dell'insieme $A \cap B$ e dire se $A \cap B$ ammette massimo e/o minimo.

Compito di Istituzioni di Matematica 1
Seconda parte, Tema D
29 novembre 2016

COGNOME:	NOME:	MATR.:

Esercizio 1.

(a) Determinare tutti i numeri complessi z soluzioni dell'equazione

$$z^4 + 6z^2 + 25 = 0.$$

(b) Siano z_1 e z_2 le due radici con parte reale minore, z_3, z_4 le due radici con parte reale maggiore. Di queste siano z_1 e z_3 quelle con parte immaginaria positiva. Calcolare l'area del triangolo che ha per vertici z_1, z_2, z_3^2.

Istruzioni: Verranno corrette solo le risposte scritte su questo foglio. La soluzione di ogni esercizio deve essere giustificata, in forma breve, con i passaggi fondamentali del procedimento e scritta nello spazio bianco sotto ad ogni esercizio. I conti e la bruttacopia possono essere svolti su un foglio a parte, da non consegnare, e non saranno corretti.

Esercizio 2. Data la retta r passante per i punti $(-1, 1)$ e $(3, 0)$

(i) Determinare il punto medio M dei punti dati e la retta s ortogonale a r passante per M;

(ii) Trovare i vettori di modulo 1 che formano un angolo di $\frac{\pi}{4}$ con il versore direzione della retta r.

(iii) Individuare le due rette s_1, s_2 passanti per il punto M e che formano un angolo di ampiezza $\pi/4$ con la retta data r.

Esercizio 3.

(i) Dire per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la seguente funzione è continua.

$$f(x) = \begin{cases} (a+1)2^{(2x-\frac{1}{2})} & \text{per } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}\sqrt{4x+1} & \text{per } x > 0 \end{cases}$$

(ii) Calcolare, per il valore di a trovato nel punto precedente, i seguenti limiti:

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) \qquad \text{e} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x)$$

Esercizio 4. Siano dati gli insiemi

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt[3]{| \, x^2 - 8x + 15 \, |} < 2\}$$

e

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid \sin^2(\pi(x+3)) \geq \frac{1}{2}\}$$

(i) Calcolare il sup e l'inf dell'insieme A e dire se A ammette massimo e/o minimo.

(ii) Calcolare il sup e l'inf dell'insieme $A \cap B$ e dire se $A \cap B$ ammette massimo e/o minimo.