

Compito di Ist. Mat. 1, Seconda parte, Tema XY

8 febbraio 2018

COGNOME:	NOME:	MATR.:
----------	-------	--------

Esercizio 1. Dato il numero complesso $w = \frac{2}{\sqrt{3}-i} + \frac{1}{i}$ determinare tutte le soluzioni di

$$\frac{1+iz}{i\bar{z}+1} = w^2.$$

Disegnare poi nel piano complesso l'insieme $D = \{z \in \mathbb{C} : |z - w^{-4}| = 2\}$.

Istruzioni: Verranno corrette solo le risposte scritte su questo foglio. La soluzione di ogni esercizio deve essere giustificata con i passaggi fondamentali del procedimento e scritta nello spazio bianco sotto ad ogni esercizio.

Esercizio 2.

- a) Determinare la primitiva $F(x)$ della funzione $\frac{e^x + 1}{e^{2x} + 1}$ che in $x = 0$ vale 1.
- b) Determinare tutti gli eventuali asintoti e le zone di convessità/concavità di F .
- c) Determinare poi il suo sviluppo di Taylor di ordine 2 in $x = 0$.

Esercizio 3. È data l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ associata alla matrice

$$\begin{pmatrix} 3k & 3 & k+2 \\ 1 & k & k \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) Determinare al variare di $k \in \mathbb{R}$ la dimensione del nucleo e dell'immagine di T ;
- b) si stabilisca per quali valori di k il vettore $(k, 3, 3)$ appartiene all'immagine di T ;
- c) posto $k = 2$ si trovino tutti i vettori $v \in \mathbb{R}^3$ tali che $T(v) = (2, 3, 3)$;
- d) posto $k = 3$ si trovino tutti i vettori $v \in \mathbb{R}^3$ tali che $T(v) = (3, 3, 3)$.
- e) per $k = 0$ dire se esiste l'inversa di T ed eventualmente calcolarne la matrice associata.