Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II

Anno Accademico 2012-2013

SESTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

Pisa, 27.01.14

Nome e cognome **Matricola**

1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = x \arctan y$$

e sia $\mathbf{v} = (1/2, \sqrt{3}/2)$. Calcolare la derivata direzionale $\partial f / \partial \mathbf{v}\ (1,1)$.

2. Sia $f_n : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f_n(x,y) = e^{x^2} + \cos\big(\pi(y-n)\big) \qquad \big(n \in \mathbb{N}\big) \ .$$

Dire per quali $n \in \mathbb{N}$ il punto $O = (0,0)$ è di minimo per f .

3. Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto $A = (-1,0)$ alla curva definita localmente dall'equazione

$$x^3 + y^2 - x^2 - x + 1 = 0 \ .$$

4. Siano $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ e $\gamma : [0, \pi/2] \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definite da

$$f(x,y) = 2y \sin x \qquad , \qquad \gamma(t) = (t, \ \cos t)$$

rispettivamente. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_\gamma f(s)\ ds \ .$$

5. Calcolare l'area della superficie Σ che è grafico della funzione

$$f(x,y) = 5x - y$$

definita nel dominio $D = \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ |x| \leq 2 \ , \ x^2 \leq y \leq 4\big\}$.

6. Calcolare il rotore del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y,z) = \big(e^x \cos(yz) \ , \ e^y \cos(xz) \ , \ e^z \cos(xy)\big) \ .$$

1

$$\frac{\pi}{8} + \frac{\sqrt{3}}{4}$$

2

n dispari

3

$$x = -1$$

4

$$\frac{4\sqrt{2} - 2}{3}$$

5

$$32\sqrt{3}$$

6

$$\begin{pmatrix} x\left(e^{y}\sin(xz) - e^{z}\sin(xy)\right) \\ y\left(e^{z}\sin(xy) - e^{x}\sin(yz)\right) \\ z\left(e^{x}\sin(yz) - e^{y}\sin(xz)\right) \end{pmatrix}$$

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II

Anno Accademico 2012-2013

SESTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

Pisa, 29.01.14

Nome e cognome **Matricola**

1. Sia $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) \;=\; y \arctan x$$

e sia $\mathbf{v} = (\sqrt{3}/2,\, 1/2)$. Calcolare la derivata direzionale $\partial f / \partial \mathbf{v}\ (1,-1)$.

2. Sia $f_n : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f_n(x,y) \;=\; e^{-x^2} + \sin\big(\pi(y-n)\big) \qquad \big(n \in \mathbb{N}\big) \;.$$

Dire per quali $n \in \mathbb{N}$ il punto $P = (0, 1/2)$ è di massimo per f .

3. Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto $A = (1,-1)$ alla curva definita localmente dall'equazione

$$x^3 + y^2 + x + 2y - 1 = 0 \;.$$

4. Siano $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ e $\gamma : [\pi/2,\, \pi] \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definite da

$$f(x,y) \;=\; 2x\cos y \qquad , \qquad \gamma(t) \;=\; (\sin t,\; t)$$

rispettivamente. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_\gamma f(s)\; ds \;.$$

5. Calcolare l'area della superficie Σ che è grafico della funzione

$$f(x,y) = x + 4y$$

definita nel dominio $D = \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ |x| \le 1\ ,\ 2x^2 \le y \le 2\big\}$.

6. Calcolare il rotore del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y,z) \;=\; \big(e^x \sin(yz)\ ,\ e^y \sin(xz)\ ,\ e^z \sin(xy)\big) \;.$$

1 $$\frac{\pi}{8} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

---

2 n pari

---

3 $$x = 1$$

---

4 $$\frac{2 - 4\sqrt{2}}{3}$$

---

5 $$8\sqrt{2}$$

---

6 $$\begin{pmatrix} x\left(e^{z}\cos(xy) - e^{y}\cos(xz)\right) \\ y\left(e^{x}\cos(yz) - e^{z}\cos(xy)\right) \\ z\left(e^{y}\cos(xz) - e^{x}\cos(yz)\right) \end{pmatrix}$$
