

Università degli Studi di Pisa- Corso di laurea in Ingegneria Biomedica
PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

del 27 Giugno 2013

Nome e Cognome: _____ Matricola: _____

1. Sia $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $F(x, y) = (x^2 - y^2)e^{x+2y}$.

- (a) Individuare i punti stazionari di F e determinarne la natura;
- (b) Mostrare che in un intorno del punto $P = (-2, 1)$ l'insieme

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : F(x, y) = 3\}$$

è grafico di una funzione $y = f(x)$ di classe \mathcal{C}^1 e scriverne l'equazione della retta tangente in P ;

- (c) Trovare gli eventuali massimi e minimi locali di F sul vincolo di equazione $x^2 - y^2 = -1$.

2. Sia $V \subset \mathbb{R}^3$ il sottoinsieme definito da

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq x^2 + y^2, x^2 + y^2 + z^2 \leq 2\}.$$

- (a) Calcolare il volume di V ;
- (b) Calcolare l'area della superficie costituita dal bordo di V .

3. Sia $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ il campo vettoriale definito da $\mathbf{F} = (y^2, x^4)$.

- (a) Calcolare il rotore di \mathbf{F} e dire se \mathbf{F} è conservativo;
- (b) Calcolare $\oint_{\partial A^+} \mathbf{F}_1 dx + \mathbf{F}_2 dy$ dove

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq \max\{1, |x|\}, x^2 + y^2 \leq 8\}.$$