Curriculum Scientifico e Didattico di Roberto Frigerio

Dati personali:

data e luogo di nascita : 20.07.1977, Cantù (Co)
residenza : via Digione, 3, 56121, Pisa
telefono : 050/2213231
e-mail : frigerio@dm.unipi.it

posizione attuale : Professore di seconda fascia presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa

Formazione, posizioni e titoli

1996 Diploma di maturità scientifica presso il Liceo Scientifico "Paolo Giovio" di Como, votazione 60/60 con Encomio.

Da ottobre 1996 a ottobre 2000, allievo della Classe di Scienze della Scuola Normale Superiore (secondo posto al concorso di ammissione) e iscritto al corso di laurea in Matematica dell'Università di Pisa.

1999 Colloquio interno della Scuola Normale Superiore, titolo "Il teorema di periodicità di Bott", relatore: prof. E. Arbarello.

2000 In data 23/11/2000, laurea in Matematica presso l'università di Pisa con tesi dal titolo "Decomposizione poliedrale di varietà iperboliche con bordo", relatore: prof. C. Petronio, controrelatore: prof. R. Benedetti, votazione 110/110 e Lode.

Secondo classificato al concorso di ammissione al perfezionamento in Matematica della Scuola Normale Superiore.

2001 Diploma della Scuola Normale Superiore con una dissertazione dal titolo "Construction and Recognition of Hyperbolic 3-Manifolds with Geodesic Boundary", votazione 70/70 e Lode.

Dal 2001 al 2003, studente del corso di perfezionamento in Matematica.

2003 Da marzo a giugno, attività di ricerca presso l'Università di Melbourne, su invito del prof. C.D. Hodgson.

Vincitore della selezione per il conferimento di un assegno biennale rinnovabile in Geometria presso il Dipartimento di Matematica di Pisa.

2005 In data 28/02/2005, Diploma di Perfezionamento in Matematica (equipollente al titolo di dottore di ricerca in Matematica) presso la Scuola Normale Superiore di Pisa, con tesi dal titolo "Deforming triangulations of hyperbolic 3-manifolds with geodesic boundary", relatore: prof. C. Petronio, votazione 70/70 e Lode.

Primo posto nella graduatoria nazionale per l'assegnazione di borse semestrali per l'estero bandite dall'Istituto di Alta Matematica "F. Severi".

2005 Vincitore della selezione per l'assegnazione di un posto di ricercatore a tempo determinato presso la Scuola Normale Superiore di Pisa, nel settore di ricerca "Geometria reale e complessa, sistemi dinamici e geometria diofantea". Presa di servizio in data 1/11/2005 (contratto della durata di 4 anni, rinnovabile per altri 4 anni).

2006 Vincitore della valutazione comparativa per l'assegnazione di un posto di ricercatore universitario nel settore MAT/03 - Geometria, presso la Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali dell'Università di Pisa. Presa di servizio presso il Dipartimento di Matematica della stessa università in data 1/3/2006.

2009 Confermato nel ruolo di ricercatore universitario nel settore MAT/03 - Geometria, presso la Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali dell'Università di Pisa.

2013 Conseguimento dell'abilitazione scientifica nazionale per la posizione di professore di prima e di seconda fascia nel settore concorsuale 01/A2 – Geometria e Algebra (validità di entrambe le abilitazioni: dal 24/12/2013 al 24/12/2017).

2014 29 dicembre: Presa di servizio come professore di seconda fascia nel settore Scientifico Disciplinare MAT/03–Geometria presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa.

Alcuni seminari su invito

2003 *Dehn filling of cusped hyperbolic 3-manifolds with geodesic boundary*, Università di Melbourne.

2004 *A rigidity result for regular thickenable* 2*-polyhedra*, workshop "Low-dimensional topology and combinatorial group theory", Francoforte.

Hyperbolic manifolds with geodesic boundary which are determined by their fundamental group, convegno "Recent Advances in Complex and Real Geometry", Levico Terme (Trento).

2005 *Varietà iperboliche con bordo che sono determinate dal loro gruppo fondamentale*, Università di Milano.

Rigidity results for hyperbolic manifolds with geodesic boundary, "Second joint meeting of the American Mathematical Society (AMS), the Deutsche Mathematiker-Vereinigung (DMV) and the Österreichische Mathematische Gesellschaft (ÖMG)", Mainz.

Uncountably many Kleinian groups and mapping class groups, "Conference on Geometry and Topology of 3-manifolds", Trieste.

2006 *Quasi-isometrie e rigidità delle varietà iperboliche*, Università di Roma Sapienza.

Rigidity theorems for hyperbolic manifolds with boundary al "Joint SIMAI-SMAI-SMF-UMI meeting", Torino.

Rigidity theorems for hyperbolic manifolds with boundary, conferenza "Groups in Geometry and Topology", Malaga.

2009 *Continuous cohomology and Gromov proportionality principle*, Università di Pavia.

2010 *Characterizing hyperbolic spaces and real trees*, conferenza "Teichmüller Theory and its Interactions in Mathematics and Physics", Universitat Autonoma di Barcellona.

Rigidity of manifolds with(out) nonpositive curvature, conferenza "Fourth deBrun workshop on group actions", National University of Ireland, Galway.

2011 *Rigidity of manifolds with(out) non positive curvature*, Università di Oxford.

Rigidità per varietà senza curvatura negativa, XIX Congresso dell'Unione Matematica Italiana, Bologna.

Simplicial volume and stable complexity of hyperbolic manifolds, Università di Regensbürg.

2012 *Stable complexity and simplicial volume of hyperbolic manifolds*, Mittag-Leffler Institut, Stockholm.

Rigidity of high dimensional graph manifolds, conferenza "Geometry and Topology in Samos (dedicated to T. F. Farrell's 70th birthday)", Karlovassi.

Simplicial volume of 3*-manifolds with boundary*, ETH, Zurigo.

2013 *Simplicial volume of* 3*-manifolds with boundary*, Università di Ginevra.

Ciclo di 5 seminari su "Coomologia limitata di gruppi e spazi", Università di Roma Sapienza.

Bounded cohomology of graphs of groups, Università di Heidelberg.

2014 *Coomologia limitata di gruppi discreti*, Workshop PRIN 2010-2011, Scuola Normale Superiore, Pisa.

Quasi-cocycles and bounded cohomology in higher degrees, "First Joint International Meeting RSME-SCM-SEMA-SIMAI-UMI", Bilbao.

2015 *Extension of quasi-cocycles and higher degree bounded cohomology*, workshop "Geometric Topology", Oberwolfach (Germania).

Minicorso di 4 ore *Hyperbolicity and bounded cohomology*, Università di Regensburg (Germania).

Quasi-cocycles and higher dimensional bounded cohomology, Univresità di Varsavia.

Organizzazione di convegni

2007 Maggio: Convegno "Braids and their ramifications", Cortona.

2014 Maggio-Giugno: Intensive 4-week period on "Teichmüller theory and surfaces in 3-manifolds", Centro De Giorgi, Pisa.

2015 Settembre: "Manifolds and groups", Ventotene (LT).

Partecipazione a progetti scientifici

2005 PRIN "Proprietà geometriche delle varietà reali e complesse", coordinatore nazionale prof. V. Ancona.

2005-2006 INTAS Project 03-51-3663 "CalcoMet-GT"(Complexity, algorithms, and computer methods in geometric topology).

2007 PRIN "Proprietà geometriche delle varietà reali e complesse", coordinatore nazionale prof. V. Ancona

2009 Azioni Integrate Progetto "Geometria di gruppi e varietà" (durata biennale).

2010 Progetto FIRB "Geometria e topologia delle varietà in bassa dimensione", coordinatore nazionale dott. B. Martelli.

2010-2011 PRIN "Varietà reali e complesse: geometria, topologia e analisi armonica", coordinatore nazionale prof. F. Ricci.

2013 Membro del gruppo di ricerca "Square" ("Structured Quartet Research Ensemble"), finanziato dall'American Institute of Mathematics (Palo Alto, California), con tema di ricerca "Simplicial volume and the barycenter method".

dal 2013 Membro del network GEAR ("Geometric stuctures and representation varieties").

Attività didattica

Se non altrimenti specificato, i corsi sotto descritti si sono svolti presso l'Università di Pisa.

2001/2002 Presso la Scuola Normale Superiore: esercitazioni relative a due moduli di geometria differenziale per studenti del terzo anno (docenti: dott. G. Gaiffi, dott. C. Mantegazza).

2002/2003 CdL in Ingegneria delle Telecomunicazioni: esercitazioni del corso "Matematica II" (30 ore - titolare: prof. C. Petronio).

2003/2004 CdL in Ingegneria delle Telecomunicazioni: esercitazioni del corso "Algebra Lineare" (30 ore - titolare: prof. C. Petronio).

2004/2005 CdL in Ingegneria delle Telecomunicazioni: esercitazioni del corso "Matematica III" (30 ore - titolare: prof. C. Petronio).

2005/2006 CdL in Ingegneria delle Telecomunicazioni: esercitazioni del corso "Matematica III" (30 ore - titolare: prof. C. Petronio).

Esercitazioni del corso annuale "Complementi di analisi e geometria" presso la Scuola Normale Superiore (titolare: prof. G. Tomassini).

2006/2007 CdL in Matematica: esercitazioni del corso "Geometria Proiettiva" (30 ore - titolare: prof. E. Fortuna).

CdL in Matematica: esercitazioni del corso "Geometria e Topologia Differenziale" (30 ore - titolare: prof. M. Abate).

2007/2008 CdL in Matematica: esercitazioni del corso "Geometria Proiettiva" (30 ore - titolare: prof. E. Fortuna).

CdL in Matematica: esercitazioni del corso "Geometria e Topologia Differenziale" (30 ore - titolare: prof. M. Abate).

CdL Specialistica in Matematica: corso di "Spazî di curvatura negativa" (30 ore).

2008/2009 CdL in Matematica: esercitazioni del corso "Geometria Proiettiva" (30 ore - titolare: prof. E. Fortuna).

CdL in Fisica: esercitazioni del corso "Geometria I" (30 ore - titolare: prof. E. Fortuna).

CdL Specialistica in Matematica: corso di "Geometria Superiore 2" (30 ore).

2009/2010 CdL in Matematica: esercitazioni del corso "Geometria Analitica e Algebra Lineare" (60 ore - titolare: prof. P. Lisca).

CdL Magistrale in Matematica: esercitazioni del corso "Istituzioni di Geometria" (30 ore - titolare: prof. M. Abate).

2011-2012 CdL Magistrale in Matematica: corso di "Teoria dei nodi" (42 ore).

2012-2013 CdL Magistrale in Matematica: corso di "Geometria Riemanniana" (42 ore).

2013-2014 CdL in Matemarica: esercitazioni del corso di "Geometria Analitica e Algebra Lineare" (60 ore - titolare: prof. E. Fortuna).

2014-2015 CdL in Matematica: corso di "Geometria e Topologia Differenziale" (30 ore).

CdL in Ingegneria Aerospaziale: esercitazioni del corso di "Analisi I" (60 ore - titolare: prof. R. Dvornicich).

Libri

In collaborazione con E. Fortuna e R. Pardini, ho esposto in un volume pubblicato da Springer–Universitext richiami di teoria e più di 200 esercizi svolti di Geometria Proiettiva [1].

Tesi dirette

Tesi di dottorato:

2012 Cristina Pagliantini, *Relative (continuous) bounded cohomology and simplicial volume of hyperbolic manifolds with geodesic boundary.*

2015 Federico Franceschini, *Bounded cohomology of pairs and applications*, in preparazione.

Tesi di Laurea Specialistica o Magistrale:

2008 Cristina Pagliantini, *Il volume simpliciale e la coomologia limitata.*

2009 Andrea Pustetto, *Crescita di rivestimenti di varietà a curvatura negativa.*
Valentina Disarlo, *L'iperbolicità del complesso delle curve.*

2010 Alessandro Sisto, *Tree-graded spaces and relatively hyperbolic groups.*

2011 Maria Beatrice Pozzetti, *Bounded cohomology and the simplicial volume of the product of two surfaces.*

2013 Maddalena Pisano, *Invarianti di tipo quandle per grafi e handlebodies in* S^3.

2014 Federico Vigolo, *Random walks on mapping class groups.*
Kirill Kuzmin, *Non-smoothable locally CAT(0) spaces.*

2015 Andrea Tamburelli, *A vanishing result for the* ℓ^2*-Betti numbers in terms of the integral foliated simplicial volume.*
Roberta Maccheroni, *Componenti connesse di spazi di rappresentazioni.*
Elia Fioravanti, *in preparazione.*

Tesi di Laurea Triennale:

2007 Andrea Pustetto, *Teoria geometrica dei gruppi e varietà a curvatura costante.*
Lorenzo Balducci, *Elementi di Teoria di Morse.*
Valentina Disarlo, *L'invariante di Alexander di nodi in* S^3.

2008 Xin Yang Lu, *Il Teorema di Bieberbach.*
Alessandro Sisto, *Il Teorema di rigidità di Mostow.*
John Calabrese, *Rivoltare la sfera.*
Roberta Guadagni, *Un gruppo finitamente generato con differenti coni asintotici.*

2009 Maria Beatrice Pozzetti, *Gruppi con media e coomologia limitata.*

2010 Antonio Decapua, *Alcuni risultati sul mapping class group di superfici.*
Eleonora Bardelli, *Lo spazio di Teichmüller di superfici iperboliche.*

2011 Michela Zanini, *Simmetrizzazione di Steiner nello spazio iperbolico.*
Milena Rucci, *Spazi metrici localmente piatti.*
Giulia Cervia, *La costruzione dello spazio di Teichmüller.*
Marco Francischello, *Una caratterizzazione asintotica degli spazi Gromov-iperbolici.*

2012 Luigi Caputi, *Una versione metrica del Teorema di Cartan-Hadamard.*
Federico Vigolo, *Curvatura di varietà e crescita di gruppi.*
Silvia Funghi, *La geometria del problema della parola.*
Kirill Kuzmin, *Un concetto generalizzato di curvatura e il Teorema del Toro Piatto.*
Leonardo Gigli, *Alcuni risultati sulla rigidità dei poliedri.*

2013 Erika Pieroni, *Il polinomio di Jones e le congetture di Tait.*
Elia Fioravanti, *Azioni sulla circonferenza e coomologia limitata.*
Andrea Tamburelli, *Il volume simpliciale delle varietà iperboliche.*

2014 Elia Miranceli, *Tori piatti.*

2015 Matteo Barucco, *Generatori per il mapping class group*, in preparazione.
Nirvana Coppola, *Metodi differenziali in topologia algebrica*, in preparazione.

Colloqui presso la Scuola Normale Superiore:

2008 Alessandro Sisto (III anno), *Un approccio non-standard al quinto problema di Hilbert.*
Riccardo Scala (IV anno), *Coordinate di Fenchel-Nielsen sullo spazio di Teichmüller delle superfici orientabili compatte.*

2009 Maria Beatrice Pozzetti (III anno), *Il Teorema di Cartan-Hadamard per spazî metrici.*
Alessandro Sisto (IV anno), *Coni asintotici di gruppi finitamente generati.*
Antonio Sartori (IV anno), *Volume simpliciale di varietà iperboliche.*

2010 Antonio Decapua (III anno), *Alcuni risultati sul mapping class group di superfici.*
Eleonora Bardelli (III anno), *Lo spazio di Teichmüller di superfici iperboliche.*
Maria Beatrice Pozzetti (IV anno), *Un teorema di Gromov sulla coomologia limitata.*

2011 Matthew Trager (IV anno), *Una caratterizzazione topologica dei gruppi iperbolici.*

2013 Federico Vigolo (IV anno), *Un invariante completo per nodi: il quandle fondamentale.*
Kirill Kuzmin (IV anno), *Disuguaglianze isoperimetriche per gruppi discreti.*

2014 Andrea Bianchi (III anno), *Teorema di Bieberbach e varietà di curvatura costante.*
Elia Fioravanti (IV anno), *Quasi-isometrie e decomposizioni geometriche di 3-varietà.*

2015 Matteo Barucco, *Generatori per il mapping class group*, in preparazione.
Nirvana Coppola (III anno), *Metodi differenziali in topologia algebrica*, in preparazione.
Gabriele Viaggi (IV anno), *Rappresentazioni massimali di gruppi di superfici.*

Altre attività

2006 Membro della commissione giudicatrice del concorso di ammissione alla Classe di Scienze della Scuola Normale Superiore per il CdL Triennale ed il CdL Specialistica.

2007 Fino al 2012, membro della commissione per l'orientamento del Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa.

2010 Fino al 2014, membro della commissione scientifica d'area dell'Università di Pisa.

Fino al 2012, membro della giunta del Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa.

Fino al 2012, membro del comitato di presidenza della Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali dell'Università di Pisa.

2011 Membro della commissione giudicatrice del concorso di ammissione alla Classe di Scienze della Scuola Normale Superiore per il CdL Triennale ed il CdL Magistrale.

2013 Membro della commissione giudicatrice del concorso di ammissione al perfezionamento in Matematica presso la Scuola Normale Superiore.

2014 Membro della commissione giudicatrice del concorso di ammissione al dottorato in Matematica del Dipartimento dell'Università di Pisa.

2015 Membro della commissione giudicatrice del concorso di ammissione al perfezionamento in Matematica presso la Scuola Normale Superiore.

Descrizione della ricerca svolta

Costruzione e riconoscimento di varietà iperboliche Durante il dottorato, la mia attività di ricerca si è principalmente rivolta ad un approccio costruttivo allo studio delle 3-varietà iperboliche, ed in particolare alla descrizione di 3-varietà iperboliche tramite l'uso di triangolazioni geodetiche. In collaborazione con Carlo Petronio, ho descritto in [2] come l'uso di tali triangolazioni possa essere sfruttato per la costruzione e il riconoscimento di 3-varietà iperboliche con bordo geodetico. I risultati ottenuti sono stati sfruttati (in collaborazione con B. Martelli) sia per classificare le 5192 3-varietà iperboliche con bordo geodetico di complessità non superiore a quattro [5], sia per studiare proprietà topologiche e geometriche di svariate classi di varietà [3, 4, 7].

Rigidità, deformazioni e riempimenti di Dehn Il Teorema di rigidità di Mostow afferma che, in dimensione maggiore di 2, il gruppo fondamentale di una varietà iperbolica senza bordo, completa e di volume finito ne determina il tipo di isometria. In [6] ho esteso il Teorema di Rigidità di Mostow al caso di varietà con bordo geodetico.

Sia M una 3-varietà iperbolica con cuspidi. Per il Teorema di Mostow, deformazioni non banali della struttura iperbolica di M danno luogo a metriche non complete. Inoltre, i completamenti metrici di molte piccole deformazioni della struttura completa su M sono omeomorfi a varietà ottenute da M tramite riempimento di Dehn, e definiscono su tali varietà metriche iperboliche complete. In [10] ho fornito una descrizione esplicita di tale spazio di deformazioni, mostrando in particolare che esso ammette una naturale struttura di varietà algebrica, rispetto alla quale la struttura completa di M individua un punto liscio. Tale risultato è poi sfruttato in [11], dove si descrivono diverse proprietà geometriche delle varietà introdotte in [4] e dei loro riempimenti di Dehn.

Mapping class group e gruppo di isometrie di varietà iperboliche In collaborazione con F. Costantino, B. Martelli e C. Petronio, ho costruito in [8] una corrispondenza biunivoca tra l'insieme delle triangolazioni di 3-varietà ed una classe specifica di 3-varietà iperboliche con cuspidi. Sfruttando le proprietà di tale bigezione, abbiamo mostrato tra l'altro che ogni gruppo finito è isomorfo al mapping class group di una 3-varietà iperbolica ed al gruppo degli automorfismi esterni di un gruppo numerabile.

In collaborazione con Bruno Martelli ho poi mostrato in [12] che in effetti per ogni gruppo *numerabile* G esiste una 3-varietà iperbolica N (di volume infinito) tale che il mapping class group di N, il gruppo delle isometrie di N ed il gruppo degli automorfismi esterni del gruppo fondamentale di N sono isomorfi a G. Tra i corollari di questo risultato vi è l'esistenza una quantità più che numerabile di 3-varietà iperboliche aventi gruppi fondamentali a due a due non isomorfi, o, equivalentemente, l'esistenza di una quantità più che numerabile di classi di isomorfismo astratto di sottogruppi discreti e liberi da torsione di $PSL(2, \mathbb{C})$.

Teoria geometrica dei gruppi e rigidità Su un gruppo finitamente generato G è possibile porre una metrica (discreta) naturale, che è ben definita a meno di quasi-isometria. Lo studio delle relazioni tra tale metrica e le proprietà algebriche e geometriche di G fu iniziato da Gromov negli anni ottanta, e prende il nome di *Teoria geometrica dei gruppi*.

In questo contesto, una nozione di fondamentale interesse è quella di *iperbolicità*, dovuta allo stesso Gromov. Tale nozione fornisce un'estensione della nozione di "curvatura negativa su larga scala", e, essendo invariante per quasi-isometrie, individua peraltro una ben definita classe di gruppi finitamente generati. In collaborazione con Alessandro Sisto, in [13] ho dato una nuova caratterizzazione degli spazi Gromov iperbolici, e ho mostrato come il nostro risultato chiarisca le relazioni tra diverse definizioni già note di iperbolicità.

Schwartz ha dimostrato che, in dimensione almeno tre, due varietà iperboliche complete, di volume finito e non compatte sono commensurabili se e solo se i loro gruppi fondamentali sono quasi-isometrici (due varietà si dicono commensurabili se hanno in comune un rivestimento a finiti fogli). In [9] ho esteso i risultati di Schwartz al caso di varietà con bordo geodetico.

Fenomeni di rigidità (quali il Teorema di Rigidità di Mostow o il risultato di Schwartz appena citato) emergono tipicamente nel contesto di spazi di curvatura negativa (o, almeno, non positiva). In collaborazione con J. F. Lafont e A. Sisto, in [23] mi sono occupato della costruzione di varietà compatte che non ammettano metriche di curvatura non positiva e che manifestino tuttavia fenomeni di rigidità tipici degli spazi di curvatura negativa.

Volume simpliciale e coomologia limitata Introdotto da Gromov, il volume simpliciale è un invariante omotopico di varietà compatte. L'ovvia norma L^1 sulle catene singolari a coefficienti reali induce una seminorma in omologia, e il volume simpliciale di una varietà orientata è il valore della seminorma della sua classe fondamentale. La coomologia limitata fornisce una naturale teoria duale rispetto all'omologia L^1. Pertanto, la coomologia limitata assoluta (rispettivamente, relativa) si rivela utilissima nel calcolo del volume simpliciale delle varietà chiuse (rispettivamente, delle varietà compatte con bordo non vuoto).

In collaborazione con M. Bucher e C. Pagliantini, in [24] ho calcolato il volume simpliciale di varie classi di 3-varietà con bordo, tra le quali tutti i corpi con manici e i prodotti di superfici per intervalli. I nostri risultati forniscono i primi valori noti per il volume simpliciale di varietà il cui bordo abbia volume simpliciale positivo.

La *complessità* di una n-varietà chiusa è il minimo numero di n-simplessi in una sua triangolazione. Seguendo Milnor e Thurston, in [19] abbiamo definito la *complessità stabile* di una varietà come l'estremo inferiore dei rapporti tra la complessità ed il grado dei suoi rivestimenti finiti. La complessità stabile fornisce un limite superiore per il volume simpliciale di una varietà. In [19] abbiamo mostrato che, in dimensione maggiore di 3, la complessità stabile di una qualsiasi varietà iperbolica è strettamente maggiore del suo volume simpliciale. Inoltre, abbiamo discusso il problema di quali 3-varietà chiuse abbiano complessità stabile uguale al volume simpliciale.

Il fatto che il volume simpliciale sia additivo rispetto all'attaccamento di varietà lungo componenti di bordo con gruppo fondamentale amenable gioca un ruolo fondamentale per il calcolo del volume simpliciale di varie classi di varietà. La dimostrazione originale di questo teorema di additività, dovuta a Gromov, sfrutta la teoria dei multicomplessi, da molti ritenuta assai ostica. In collaborazione con M. Bucher, M. Burger, A. Iozzi, C. Pagliantini and M. B. Pozzetti, in [22] abbiamo fornito una dimostrazione completa e autonoma del teorema di additività appena descritto. Nel perseguire questo scopo, abbiamo dimostrato diversi risultati sulla coomologia limitata di prodotti di gruppi amalgamati lungo sottogruppi amenable, che sono probabilmente di interesse indipendente.

Il calcolo esplicito della coomologia limitata dei gruppi discreti è in generale molto difficile. Per esempio, gli unici gruppi i cui moduli di coomologia limitata a coefficienti reali siano noti in ogni dimensione sono i gruppi per cui tali moduli si annullano in ogni dimensione. Anche la coomologia del gruppo libero su due generatori è ancora misteriosa: essa ha dimensione infinita in dimensione 2 e 3, ma è ignota in qualsiasi dimensione maggiore di 3. È noto che, in dimensione 2, la coomologia limitata di molti gruppi che possono considerarsi a vario titolo "negativamente curvati" ha dimensione infinita. In collaborazione con M. B. Pozzetti e A. Sisto, in [25] ho esteso tale risultato dalla dimensione 2 alla dimensione 3.

Coomologia continua e omologia di misura Nel 1976, Bott ha affermato che, almeno per vaste classi di spazi topologici, la coomologia continua è isomorfa alla usuale coomologia singolare. In [15] ho dimostrato l'affermazione di Bott nel contesto di spazi topologici metrizzabili e localmente contraibili, e ho ottenuto risultati analoghi per la coomologia limitata. Sfruttando questi risultati, ho fornito tutti i dettagli della dimostrazione, originariamente dovuta a Gromov, del così detto *Principio di Proporzionalità*, che stabilisce che il rapporto tra il volume simpliciale e il volume Riemanniano di una varietà dipende solo dal tipo di isometria del suo rivestimento universale.

L'omologia di misura fu introdotta da Thurston per il calcolo del volume simpliciale delle varietà iperboliche. Berlanga ha definito su di essa una struttura di spazio vettoriale topologico, e Loeh ha dimostrato che, nel caso assoluto, l'omologia di misura è isometricamente isomorfa all'omologia singolare. In collaborazione con C. Pagliantini. in [16] ho esteso i risultati di [15] al caso relativo, mostrando che coomologia continua e coomologia singolare sono isometricamente isomorfe per una vasta classe di coppie topologiche. Abbiamo applicato tale risultato per generalizzare il risultato di Loeh mostrando che, per una vasta classe di coppie topologiche, l'omologia singolare e l'omologia di misura sono isometricamente isomorfe anche nel caso relativo. Alcune tecniche descritte in [16] sono sfruttate in [14] per il calcolo del volume simpliciale di varietà iperboliche con bordo geodetico. Inoltre, sfruttando la dualità tra l'omologia di misura e la coomologia continua, in [21] ho dato una caratterizzazione completa della topologia di Berlanga, almeno nel caso dei CW-complessi.

Invarianti quandle di link e di domini dello spazio euclideo In collaborazione con R. Benedetti e R. Ghiloni, ho studiato in [18] alcune proprietà dei domini spaziali, ovvero delle sottovarietà compatte con bordo dello spazio euclideo. Un dominio spaziale è "debolmente Helmholtz" se può essere decomposto lungo superfici disgiunte in sottodomini sui quali ogni campo vettoriale a rotore nullo definito sull'intero dominio iniziale ammette un potenziale. In [18] abbiamo dato varie caratterizzazioni di questa classe di domini.

Un classico teorema dovuto a R. Fox implica che ogni dominio spaziale è omeomorfo al complementare di un'unione finita di corpi con manici, per cui la teoria dei domini spaziali si riduce di fatto alla teoria dei corpi con manici annodati nello spazio. In collaborazione con R. Benedetti, ho definito in [20] diversi livelli di annodamento per i corpi con manici nello spazio, generalizzando in questo contesto nozioni tipiche della teoria dei nodi. Usando vari strumenti (ad esempio ideali di Alexander e invarianti quandle), abbiamo discusso le relazioni esistenti tra questi livelli di annodamento e fornito esempi di corpi con manici che realizzano tutti i livelli di annodamento da noi definiti.

In collaborazione con R. Benedetti, ho descritto in [17] altri usi degli ideali di Alexander e degli invarianti quandle nell'ambito della teoria dei nodi e dei link. Più precisamente, in [17] abbiamo messo a confronto gli invarianti di Alexander classici con gli invarianti di tipo quandle basati sui quandles di Alexander, mostrando come questi ultimi siano talora molto efficienti nel fornire limiti inferiori sul genere e sul tunnel number dei link.

Riferimenti bibliografici

[1] E. Fortuna, R. Frigerio, R. Pardini, *Geometria Proiettiva – Problemi risolti e richiami di teoria*, Universitext, Springer, 2011.

[2] R. Frigerio, C. Petronio, *Construction and Recognition of Hyperbolic* 3*-Manifolds with Geodesic Boundary*, Trans. Amer. Math. Soc. **356** (2004), 3243-3282.

[3] R. Frigerio, B. Martelli, C. Petronio, *Complexity and Heegaard genus of an infinite class of compact* 3*-manifolds*, Pacific J. Math. **210** (2003), 283-297.

[4] R. Frigerio, B. Martelli, C. Petronio, *Dehn filling of cusped hyperbolic* 3*-manifolds with geodesic boundary*, J. Differential Geom. **64** (2003), 425-455.

[5] R. Frigerio, B. Martelli, C. Petronio, *Small hyperbolic* 3*-manifolds with geodesic boundary*, Experiment. Math. **13** (2004), 171-184.

[6] R. Frigerio, *Hyperbolic manifolds with geodesic boundary which are determined by their fundamental group*, Topology Appl. **145** (2004), 69-81.

[7] R. Frigerio, *An infinite family of hyperbolic graph complements in* S^3, J. Knot Theory Ramifications **14** (2005), 479-496.

[8] F. Costantino, R. Frigerio, B. Martelli, C. Petronio, *Triangulations of* 3*-manifolds, hyperbolic relative handlebodies, and Dehn filling*, Comment. Math. Helv. **82** (2007), 903-933.

[9] R. Frigerio, *Commensurability of hyperbolic manifolds with geodesic boundary*, Geom. Dedicata **118** (2006), 105-131.

[10] R. Frigerio, *On deformations of hyperbolic* 3*-manifolds with geodesic boundary*, Algebr. Geom. Topol. **6** (2006), 435-457.

[11] R. Frigerio, *Similar fillings and isolation of cusps of hyperbolic* 3*-manifolds*, Pacific J. Math. **229** (2007), 339-364.

[12] R. Frigerio, B. Martelli, *Countable groups are mapping class groups of hyperbolic* 3*-manifolds*, Math. Res. Lett. **13** (2006), 897-910.

[13] R. Frigerio, A. Sisto, *Characterizing hyperbolic spaces and real trees*, Geom. Dedicata. **142** (2009), 139-149.

[14] R. Frigerio, C. Pagliantini, *The simplicial volume of hyperbolic manifolds with geodesic boundary*, Algebr. Geom. Topol. **10** (2010), 979-1001.

[15] R. Frigerio, *(Bounded) continuous cohomology and Gromov's proportionality principle*, Manuscripta Math. **134** (2011), 435–474.

[16] R. Frigerio, C. Pagliantini, *Relative measure homology and continuous bounded cohomology of topological pairs*, Pacific J. Math. **257** (2012), 91–130.

[17] R. Benedetti, R. Frigerio, *Alexander quandle lower bounds for link genera*, J. Knot Theory Ramifications **21** (2012), no. 8, 1250076, 46 pp.

[18] R. Benedetti, R. Frigerio, R. Ghiloni, *The topology of Helmholtz domains*, Expo. Math. **30** (2012), 319–375.

[19] S. Francaviglia, R. Frigerio, B. Martelli, *Stable complexity and simplicial volume of manifolds*, J. Topology **5** (2012), 977–1010.

[20] R. Benedetti, R. Frigerio, *Levels of knotting of spatial handlebodies*, Trans. Amer. Math. Soc. **365** (2013), 2099–2167.

[21] R. Frigerio, *A note on measure homology*, Glasgow Math. J. **56** (2014), 87–92.

[22] M. Bucher, M. Burger, R. Frigerio, A. Iozzi, C. Pagliantini, M. B. Pozzetti, *Isometric embeddings in bounded cohomology*, J. Topol. Anal. **6** (2014), no. 1, 1–25.

[23] R. Frigerio, J.F. Lafont, A. Sisto, *Rigidity of high dimensional graph manifolds*, arXiv:1107.2019, accettato per pubblicazione in Astérisque.

[24] M. Bucher, R. Frigerio, C. Pagliantini, *The simplicial volume of* 3*-manifolds with boundary*, arXiv:1208.0545, accettato per pubblicazione in J. Topol.

[25] R. Frigerio, M. B. Pozzetti, A. Sisto, *Extending higher dimensional quasi-cocycles*, arXiv:1311.7633, accettato per pubblicazione in J. Topol.

[26] M. Bucher, R. Frigerio, T. Hartnick, *A note on semi-conjugacy for circle actions*, arXiv:1410.8350.

[27] M. Bucher, R. Frigerio, C. Pagliantini, *A quantitative version of a theorem by Jungreis*, arXiv:1503.03837.

Pisa, 25 marzo 2015

Roberto Frigerio