

**Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale**  
**Analisi Matematica 1 - Foglio di esercizi n.ro 20 del 15/05/2020**

1. Determinare la soluzione massimale dell'equazione

$$x' - x = -t$$

tale che  $x(0) = 1$ . Studiare il comportamento qualitativo di questa soluzione.

2. Determinare la soluzione massimale dell'equazione

$$x' - 2tx = 1$$

tale che  $x(0) = 0$ . Studiare il comportamento qualitativo di questa soluzione.

3. Determinare l'integrale totale dell'equazione

$$x' - x \tan(t) = 1/2$$

4. Determinare l'integrale totale dell'equazione

$$tx' - x = t$$

Esistono soluzioni definite su tutto  $\mathbb{R}$ ? Esistono soluzioni massimali per ogni condizione iniziale?

5. Determinare l'integrale totale dell'equazione

$$tx' - x = t^2 \cos(t)$$

Esistono soluzioni definite su tutto  $\mathbb{R}$ ? Esistono soluzioni massimali per ogni condizione iniziale?

La soluzione massimale è unica (ammesso che ne esista una)?

6. Determinare l'integrale totale delle seguenti equazioni

(1)  $x'' + 3x' - 10x = 0$

(2)  $x'' + 2x' + x = 0$

(3)  $x'' + 6x' + 25x = 0$

(4)  $x'' + x = 0$

(5)  $x'' + x' = 0$

7. Determinare l'integrale totale delle seguenti equazioni

(1)  $x'' + 3x' + 2x = t^2 - 4t$

(2)  $x'' + 3x' = t^2 - 4t$

(3)  $x'' = t^2 - 4t$

(4)  $x'' + x = e^t$

(5)  $x'' - x = e^t$

- (6)  $x'' - 2x' + x = e^t$
- (7)  $x'' + x = \sin(2t)$
- (8)  $x'' + x = \cos(t)$
- (9)  $x'' - x = te^t$
- (10)  $x'' - x = t \cos(t)$
- (11)  $x'' + x = 1/\cos(t), t \in (-\pi/2, \pi/2)$
- (12)  $x'' + 4x' + 4x = e^{-2t}/t, t > 0.$
- (13)  $x''' + x'' - x' - x = 0$
- (14)  $x''' + x' - 10x = 0$
- (15)  $x''' + x = te^{-t}$
- (16)  $x^{(4)} + x = e^t \sin(t)$

**8.** Si consideri l'equazione

$$x' = 2t(1 + x^2)$$

- 1) Giustificare a priori l'esistenza e l'unicità della soluzione massimale per ogni condizione iniziale.
- 2) Determinare l'integrale totale dell'equazione.
- 3) Determinare l'unica soluzione massimale tale che  $x(0) = 0$ , e quella per cui  $x(10) = 1$ .
- 4) Studiare il comportamento delle due soluzioni del punto precedente.

**9.** (1) Determinare l'integrale totale dell'equazione

$$x' = \frac{1 + 2t}{\cos(x)}, |x| < \pi/2$$

- (2) Determinare la soluzione massimale che verifica la condizione iniziale  $x(0) = 0$

**10.** Determinare l'integrale totale dell'equazione

$$x' = e^y$$

**11** Si determini l'integrale totale dell'equazione

$$x' = t\sqrt[3]{x}$$

Discutere l'esistenza e l'unicità di soluzioni massimali al variare della condizione iniziale.

**12** Nel piano di coordinate  $x, y$  si consideri la famiglia di curve definite dalle equazioni

$$x^2 - y^2 = c^2, c \in \mathbb{R}$$

Determinare la famiglia delle curve che intersecano in modo ortogonale la famiglia di curve data.

**13** Determinare l'integrale totale delle seguenti equazioni

- (1)  $x' = \cos(x/t), t > 0$
- (2)  $x' = \frac{1-3t-3x}{1+t+x}, t > 0, x > 0.$