

**Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale**  
**Analisi Matematica 1 - Foglio di esercizi n.ro 2 del 07/10/19**

1. Siano  $f: A \rightarrow B$ ,  $g: B \rightarrow A$  funzioni tali che  $g \circ f = \text{Id}_A$ .

- (1) Si mostri che  $g$  è surgettiva.
- (2) Si mostri che  $f$  è iniettiva.
- (3) Si costruisca un esempio in cui  $f$  non è iniettiva e  $g$  non è surgettiva.

2. Sia  $f: A \rightarrow B$  una funzione invertibile (si ricordi che ciò significa che esiste  $g: B \rightarrow A$  tale che  $g \circ f = \text{Id}_A$  e  $f \circ g = \text{Id}_B$ ). Si mostri che  $f$  è bigettiva. (Si può sfruttare l'esercizio precedente).

3. Sia  $A = \{a, b, c\}$ . Si costruiscano due funzioni

$$f: A \rightarrow A \quad g: A \rightarrow A$$

tali che  $f \circ g \neq g \circ f$ .

4. Si determini un sottoinsieme di  $A \subseteq \mathbb{N}$  tale che la funzione

$$f: A \rightarrow \mathbb{N}, \quad f(n) = \frac{n}{2} - 1$$

sia ben definita e bigettiva.

5. Sia  $A = \{a, b\}$ . Si calcoli  $|\mathcal{P}(\mathcal{P}(A))|$ . È vero che  $\emptyset \in \mathcal{P}(\mathcal{P}(A))$ ? È vero che  $\{\emptyset\} \in \mathcal{P}(\mathcal{P}(A))$ ?

6. Sia  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  definita da  $f(n) = n^2 - 2n + 1$ .

- (1) Si dica se  $f$  è iniettiva.
- (2) Si dica se  $f$  è surgettiva.
- (3) Si determini  $f(\{0, 1, 2, 3\})$ .
- (4) Si determini  $f^{-1}(\{0, 1, 2, 3\})$ .

7. Si dimostri che, per ogni  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 1$ , vale

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i^2} \leq 2 - \frac{2}{n+1}.$$

8. Determinare i valori di  $n \in \mathbb{N}$  per cui si abbia

$$5n \geq 2^n.$$