

Esercizio 2. [8 pt.]

Si consideri il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 4x_2 = 2 \\ x_1 - 4x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$$

Descrivere l'insieme \mathcal{S} di tutte le soluzioni del sistema.

Esercizio 3. [10pt.]

Si consideri la seguente matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & -1 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

1. Determinare gli autovalori reali della matrice A e la loro molteplicità algebrica.
2. Per ognuno degli autovalori, determinare la sua molteplicità geometrica e trovare una base del relativo autospazio.
3. Trovare, se esistono, una matrice invertibile S ed una matrice diagonale D tali che $S^{-1}AS = D$.

Esercizio 4 [punti 6]

1. Determinare una matrice 3×3 che ha il vettore $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ come autovettore

di autovalore $\lambda = 3$.

2. Esiste una matrice A di dimensioni 3×3 (scritta rispetto alla base canonica) che soddisfi le seguenti tre proprietà?

- L'applicazione lineare associata non è suriettiva.
- $\lambda = 1$ è autovalore.
- A non è diagonalizzabile.

Se la risposta è NO, spiegare perché. Se la risposta è SI, trovare un esempio.