

GEOMETRIA 14/9/2020

Avete a disposizione massimo 30 minuti. Nella sezione 1 ci sono 8 quiz a scelta multipla (punteggio 3 punti per ogni risposta corretta, -1,5 punti per ogni risposta sbagliata). Nella sezione 2 ci sono 2 domande con risposta libera (punteggio fino a 4 punti per ogni domanda). Buon lavoro!

L'indirizzo email della persona che ha risposto (**mauro.di.nasso@unipi.it**) è stato registrato all'invio del modulo.

Quale delle seguenti proprietà è vera per tutti i numeri complessi z ?

- L'argomento del quadrato del coniugato di z è il quadrato dell'argomento di z
- L'argomento del quadrato del coniugato di z è il doppio dell'argomento di z
- L'argomento del quadrato del coniugato di z è l'opposto del doppio dell'argomento di z
- NON RISPONDO A QUESTA DOMANDA

Sia $f: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^8$ un'applicazione lineare. Quale delle seguenti proprietà è vera?

- f è necessariamente iniettiva
- Il nucleo di f ha dimensione almeno 3
- f è necessariamente non suriettiva
- NON RISPONDO A QUESTA DOMANDA

Si consideri la seguente matrice A di dimensioni 2×2 : prima riga: $-1, +3$; seconda riga: $+1, +1$. Quale delle seguenti proprietà è vera? [N.B. Non è necessario calcolare gli autovalori]

- $(1, -1)$ è un autovettore di A
- $(-2, -1)$ è un autovettore di A
- $(3, -1)$ è un autovettore di A
- NON RISPONDO A QUESTA DOMANDA

Un sistema lineare omogeneo in 4 equazioni e 5 incognite

- Potrebbe avere soluzioni o potrebbe non avere soluzioni, a seconda dei casi
- Non ha soluzioni
- Ha infinite soluzioni
- NON RISPONDO A QUESTA DOMANDA

Sia A una matrice quadrata. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- Se la matrice A ha $\lambda=0$ come autovalore allora A è la matrice nulla
- Se la matrice A ha $\lambda=0$ come autovalore allora A è non invertibile
- Se A non è la matrice nulla allora $\lambda=0$ non è un autovalore
- NON RISPONDO A QUESTA DOMANDA

Se l'insieme di vettori B non è un insieme di generatori dello spazio vettoriale V , allora quale delle seguenti proprietà è vera?

- Esistono vettori di V che non sono combinazione lineare di vettori di B
- Ogni vettore di V non è combinazione lineare di vettori di B
- I vettori di B non sono linearmente indipendenti
- NON RISPONDO A QUESTA DOMANDA

Siano $T, S: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ due applicazioni lineari. Quale delle seguenti proprietà è vera?

- L'immagine di S è inclusa nell'immagine della composizione $(T \circ S): \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$
- L'immagine di $(T \circ S): \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ è inclusa nell'immagine di S
- L'immagine di $(T \circ S): \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ è inclusa nell'immagine di T
- NON RISPONDO A QUESTA DOMANDA

Sia $X = \{x : \text{esiste un numero naturale } t < 5 \text{ tale che } x = 2t\}$ e sia $Y = \{y^3 : y \in \mathbb{N} \text{ e } y^3 < 50\}$ (\mathbb{N} è l'insieme dei numeri interi positivi, e " \in " denota il simbolo di appartenenza). Quale delle seguenti proprietà è vera?

- L'unione $X \cup Y$ contiene 7 elementi
- L'unione $X \cup Y$ contiene 6 elementi
- L'intersezione $X \cap Y$ è vuota
- NON RISPONDO A QUESTA DOMANDA

Domande con risposta libera

ATTENZIONE: E' fondamentale che usiate un linguaggio matematico preciso e corretto.

Supponi che una matrice A di dimensione 2×2 abbia un unico autovalore reale λ . A e' necessariamente diagonalizzabile? A e' necessariamente non diagonalizzabile? Se rispondi si, spiega perche'; se rispondi no, mostra un controesempio.

A NON e' necessariamente diagonalizzabile; ad esempio la matrice con prima riga 1,1 e seconda riga 0,1 ha $\lambda=1$ come unico autovalore reale, ma non e' diagonalizzabile perche' la molteplicita' algebrica e' 2 mentre la molteplicita' geometrica e' 1. A NON e' necessariamente non diagonalizzabile; ad esempio la matrice identita' ha $\lambda=1$ come unico autovalore reale, ed e' diagonale, quindi banalmente diagonalizzabile.

Fai un esempio di un insieme di vettori linearmente indipendenti di \mathbb{R}^3 che non e' una base, e spiega perche' l'insieme che proponi ha le proprieta' richieste.

L'insieme che contiene i vettori $(1,0,0)$ e $(0,1,0)$ e' un insieme di vettori linearmente indipendenti, perche' nessuno dei due e' multiplo dell'altro; tuttavia non formano una base perche' non generano tutto lo spazio \mathbb{R}^3 (ad esempio $(0,0,1)$ non e' combinazione lineare di $(1,0,0)$ e $(0,1,0)$).

Attenzione: controllare bene tutte le risposte, una volta inviato il modulo NON si torna indietro.

Confermo che ho controllato le risposte, e sono pronto ad inviare il modulo *

Si

Questo modulo è stato creato all'interno di Università di Pisa.

Google Moduli