

**Meccanica Razionale Seconda Prova 5/4/2000**  
**USARE FOGLI DIVERSI PER ESERCIZI DIVERSI**

**Si risolvano NON piu'di due dei seguenti tre esercizi**

**Primo Esercizio**

Provare che tutte le orbite del sistema

$$\frac{dx}{dt} = x^2 + y \sin(x), \quad \frac{dy}{dt} = -1 + xy + \cos(y)$$

corrispondenti a soluzioni  $(x(t), y(t))$  tali che  $x(0) > 0, y(0) > 0$  rimangono nel primo quadrante ( $x > 0, y > 0$ ) per tutti i valori di  $t$  per cui sono definite.

**Secondo Esercizio**

Sia  $g(t)$  una funzione continua definita in  $(0, \infty)$  tale che  $g(t) \leq -k^2 < 0$ . Considerare il problema di Cauchy

$$\frac{dx}{dt} = g(t)x + \frac{1}{t}$$

$$x(t_0) = x_0, t_0 > 0.$$

Trovare il limite per  $t$  tendente all' infinito della soluzione  $x(t, t_0, x_0)$

**Terzo Esercizio**

Provare che tutte le soluzioni dell'equazione

$$z'' + z + a \tan(z) = 0$$

sono periodiche e tracciare il diagramma di fase.

**Prova al calcolatore** Porre  $g(t) = \sin(t) - 2$  nel secondo esercizio e risolvere la corrispondente equazione per via numerica tramite MAPLE con la condizione iniziale

$$x(1) = 0.$$

Stampare il valore della soluzione approssimata per  $t = 2$  e  $t = 3$ . Tracciare il grafico della soluzione approssimata relativo all'intervallo di tempo  $[1, 20]$ .