

Prova libera n. 3

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x + x^2}{x^2 + \log(1+x)}.$$

2. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(1 + \frac{1}{\tan x}\right)^{1/(x-\pi/2)}.$$

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{1 - \sqrt{x}}.$$

4. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{\sin x}{\sqrt{x}}\right)^{1/\tan x}.$$

5. Descrivere il comportamento della successione definita da

$$a_0 = \alpha \geq 0, \quad a_{n+1} = \frac{1 + a_n^2}{2}.$$

6. Descrivere il comportamento della successione definita da

$$a_0 = \alpha \geq 0, \quad a_{n+1} = \frac{n^2 + a_n}{1 + n^2}.$$

7. Descrivere il comportamento della successione definita da

$$a_0 = \alpha \geq 0, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{1 + a_n}.$$

8. Descrivere il comportamento della successione definita da

$$a_0 = \alpha \in [0, 2], \quad a_{n+1} = \sqrt{2a_n - a_n^2}.$$

9. Ordinare dal più piccolo al più grande gli ordini di infinito delle seguenti successioni:

$$\binom{2n}{n}, \quad \binom{3n}{2n}, \quad (n!)^2.$$

10. Ordinare dal più piccolo al più grande gli ordini di infinito delle seguenti successioni:

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_{n+1} = 1 + a_n^2, \end{cases} \quad \begin{cases} a_0 = 2 \\ a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n^3}, \end{cases} \quad \begin{cases} a_0 = 1 \\ a_{n+1} = a_n \sqrt{1 + n^2}. \end{cases}$$