

## Analisi Matematica I - Ing. Meccanica Esame del 13.9.2024

| <b>cognome</b> | <b>nome</b> | <b>matr.</b> | <b>scritto</b> | <b>voto</b> | <b>finale</b> |
|----------------|-------------|--------------|----------------|-------------|---------------|
| Benini         | Bianca      | 659457       | 7,5            | <b>16,5</b> |               |
| Ciarcia        | Tommaso     | 682003       | 8,5            | <b>19,5</b> |               |
| Del Giudice    | Daniele     | 673581       | 10             | <b>24</b>   |               |
| Di Sandro      | Nicolo'     | 665501       | 6              | <b>12</b>   |               |
| Lencioni       | Elena       | 673401       | 6              | <b>12</b>   |               |
| Lorenzi        | Sara        | 682118       | 6,5            | <b>13,5</b> |               |
| Luchetti       | Martina     | 673534       | 6              | <b>12</b>   |               |
| Menicagli      | Elia        | 682323       | 6              | <b>12</b>   |               |
| Minnecci       | Andrea      | 676283       | 6              | <b>12</b>   |               |
| Montini        | Elisa       | 677127       | 6,5            | <b>13,5</b> |               |
| Pagni          | Andrea      | 672603       | 8,5            | <b>19,5</b> |               |
| Petacchi       | Tommaso     | 673688       | 10             | <b>24</b>   |               |
| Uberti         | Luca        | 676631       | 6,5            | <b>13,5</b> |               |
| Venturi        | Matilde     | 676232       | 6,5            | <b>13,5</b> |               |

### **NON AMMESSI**

|            |          |        |     |
|------------|----------|--------|-----|
| Amrany     | Hassna   | 607420 | 4   |
| Bientinesi | Simone   | 635740 | 4   |
| Canziani   | Alessio  | 672440 | 5   |
| Lupidi     | Lorenzo  | 676264 | 4,5 |
| Meini      | Tommaso  | 673113 | 3,5 |
| Ricci      | Tommaso  | 676467 | 2   |
| Salvetti   | Giulio   | 673764 | 5,5 |
| Zicca      | Leonardo | 681827 | 5   |
| Zolesi     | Diego    | 672809 | 2   |

## Analisi Matematica I - Ingegneria Meccanica

### Esame Scritto del 13.9.2024

1. Scrivere in forma algebrica le soluzioni complesse dell'equazione

$$|z|^3 = iz.$$

$$z = 0, -i$$

2. Determinare il dominio della funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{1}{1 - \log(\log x)}}.$$

$$1 < x < e^e$$

3. Ordinare le successioni seguenti per ordine crescente di infinito:

$$n!, \quad \frac{n^n}{n!}, \quad \frac{n^{2n}}{(n!)^2}.$$

$$II \ll III \ll I$$

4. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log x \int_x^{x+1} \frac{1}{\log t} dt.$$

$$1$$

5. Determinare il valore della minima distanza dal punto  $P = (0, 1)$  di un punto appartenente al grafico della funzione

$$f(x) = x^2.$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$

6. Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \frac{x^5 + 1}{x^2 + 1} dx.$$

$$\frac{\pi - 1}{4} + \frac{\log 2}{2}$$

7. Determinare i valori del parametro  $a \in \mathbf{R}$  per cui converge l'integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^4 + ax^2 + 1} dx.$$

$$a > -2$$

8. Tra le serie seguenti indicare quelle che risultano convergenti:

$$\sum_{n \geq 1} \frac{\arctan(1/n)}{n+1}, \quad \sum_{n \geq 1} \frac{\arctan n}{n+1}, \quad \sum_{n \geq 1} \frac{\arctan n}{n^2 + 1}.$$

9. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n \geq 1} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}.$$

$$1$$

10. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \frac{y}{x^2} + \frac{1}{x^3}, \quad y(1) = 1. \quad y(x) = 1 - \frac{1}{x} + e^{1 - \frac{1}{x}}$$

11. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$y'' + 4y = x \sin x \cos x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0. \quad y(x) = \frac{x}{32} (\sin(2x) - 2x \cos(2x))$$

12. (CON SVOLGIMENTO) Studiare la funzione soluzione dell'equazione differenziale

$$y' = \sin(e^y) \quad y(0) = 0,$$

discutendo in particolare la parità, il dominio, la monotonia, l'esistenza eventuale di asintoti (orizzontali, verticali, obliqui) e disegnarne un grafico qualitativo.

- ) dom  $y(x) = \mathbb{R}$  perché si applica il teorema di esistenza globale.
- ) soluzione libera:  $y(x) = \log \pi$  quindi  $\sin(e^y) > 0$  sempre e  $y(x)$  è monotona crescente.
- )  $y(x) \rightarrow \log \pi$  per  $x \rightarrow +\infty$  (asintoto orizzontale)
- )  $y(x) \rightarrow -\infty$  per  $x \rightarrow -\infty$
- ) non ci sono as. obliqui per  $x \rightarrow -\infty$  perché

$$m = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{y(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} y'(x) = \lim_{y \rightarrow -\infty} \sin(e^y) = 0.$$

