

Informatica – LMM

A.A. 2007/08 - Secondo Appello, 31 Gennaio 2008

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO:

- hai a disposizione 2 ore; NON puoi consultare libri e appunti; il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- se un esercizio non viene svolto, scrivi chiaramente sul foglio: "esercizio n non svolto".

Esercizio 1.

Siano dati due insiemi A e B e due funzioni

$$f : A \longrightarrow B \text{ e } g : B \longrightarrow A$$

Per ciascuna delle affermazioni seguenti, dimostrare che è vera o trovare un controesempio

1. $f \circ g$ iniettiva implica f iniettiva.
2. $f \circ g$ iniettiva implica g iniettiva.
3. $f \circ g$ surgettiva implica f surgettiva.
4. $f \circ g$ surgettiva implica g surgettiva.

Esercizio 2.

a) Trovare tutti i numeri interi che risolvono l'equazione

$$70x \equiv 222 \quad (24)$$

b) Trovare tutti i numeri interi che risolvono l'equazione

$$(x + 1)(x + 2) \equiv 0 \quad (24)$$

.

Esercizio 3.

Sia $\mathbb{N}_{10} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Dire quale è la cardinalità dei seguenti insiemi:

- a) $\mathcal{P}(\mathbb{N}_{10} \times \mathbb{N}_{10}) = \{A \mid A \subseteq \mathbb{N}_{10} \times \mathbb{N}_{10}\}$
- b) $B = \{(a, b) \in \mathbb{N}_{10} \times \mathbb{N}_{10} \mid a \leq b\}$
- c) $C = \{(a, b, c, d) \in \mathbb{N}_{10} \times \mathbb{N}_{10} \times \mathbb{N}_{10} \times \mathbb{N}_{10} \mid a \leq b < c \leq d\}$
- d) $D = \{X \subseteq \mathbb{N}_{10} \mid X \cap \{1, 3, 5, 7, 9\} \neq \emptyset\}$

Esercizio 4.

Data la successione $\{a_n\}$ definita da $a_0 = 1$,

$$a_n = 1 + a_0 + a_1 + \cdots + a_{n-1} \quad \forall n \geq 1$$

dimostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}$ vale

$$a_n = 2^n$$

Trovare una formula per la successione $\{b_n\}$ definita da $b_0 = 1$,

$$b_n = 1 - b_0 + b_1 - b_2 + \cdots + (-1)^n b_{n-1} \quad \forall n \geq 1$$