

Informatica – LMM

A.A. 2006/07 - Primo compito, 8 novembre 2006

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| | | | |

Istruzioni:

- hai a disposizione 2 ore;
- puoi consultare libri e appunti;
- il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- **devi consegnare solo i fogli che ti sono stati dati con gli esercizi stampati.**

Esercizio 1

Data una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si considerino le seguenti proposizioni:

- (1) $\exists x (f(x) \leq 100 \vee x < 10)$ (2) $\exists x (x \geq 10 \wedge f(x) > 100)$
(3) $\forall x (x \geq 10 \vee f(x) > 100)$ (4) $\forall x (x < 10 \wedge f(x) \leq 100)$
(5) $\forall x (x < 10 \rightarrow f(x) > 100)$ (6) $\exists x (f(x) \leq 100 \rightarrow x \geq 10)$

- Determinare le coppie di proposizioni equivalenti;
- Determinare le coppie di proposizioni una equivalente alla negazione dell'altra.

Esercizio 2

Considera i seguenti insiemi:

- $A = \{n \mid \exists k \in \mathbb{N} \text{ tale che } k \leq 3 \wedge n = 3k\}$;
- $B = \{2n + 1 \mid n \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq n \leq 5\}$;
- $C = \{(1, 2), (3, 4), (3, 3), (6, 7), (9, 9), (0, 3), (9, 7)\}$.

1. Elenca gli elementi di A e di B ;
2. Elenca gli elementi di $(A \times B) \cap (B \times A)$.
3. Elenca gli elementi di $D = \{b \in B \mid \exists a \in A \text{ tale che } (a, b) \in C\}$;
4. Trovare una funzione $h : A \rightarrow \mathbb{N}$ tale che

$$\forall a \in A \quad (a, h(a)) \in C$$

Esercizio 3

Dire se le seguenti funzioni sono iniettive e/o surgettive e/o bigettive:

1) $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ tale che

$$f((a, b)) = ab + 2$$

2) $g : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ tale che

$$g((a, b)) = (ab + 2, a - 1)$$

3) $h : \mathbb{N}^+ \times \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ tale che

$$h((a, b)) = (ab + 2, a - 1)$$

Esercizio 4

Dimostrare che per ogni intero $n \geq 1$ vale:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} \leq 2 - \frac{1}{n}$$