

**Informatica – LMM**

A.A. 2006/07 - Terzo appello, data 7 Giugno, 2007

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO:

- hai a disposizione 2 ore; puoi consultare libri e appunti; il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- **devi consegnare un foglio protocollo per ogni esercizio;**  
**se un esercizio non viene svolto, consegna un foglio protocollo con scritto “esercizio  $n$  non svolto”.**

**Esercizio 1**

Si definisca una successione tramite la regola  $a_0 = 4, a_{n+1} = a_n + 2n + 3$ . Si trovino degli interi  $b, c$  tali che per ogni  $n$  si abbia  $a_n = n^2 + bn + c$ , e si verifichi tale uguaglianza per induzione.

Soluzione:  $a_n = n^2 + 2n + 4$ .

**Esercizio 2**

Si trovino degli insiemi  $A, B, C$  di numeri naturali che verifichino entrambe le seguenti condizioni:

1.  $A \cap B \cap \overline{C}$  ha tre elementi,
2.  $(A \cup B \cup C) \cap \overline{(A \cap B \cap C)}$  ha dieci elementi.

Soluzione:  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, B = \{1, 2, 3\}, C = \emptyset$ .

**Esercizio 3**

a) Risolvere la congruenza

$$5920x \equiv 160 \pmod{504}$$

Soluzione:  $x \equiv 46 \pmod{63}$ .

b) Per quali valori del numero intero positivo  $m$  la congruenza

$$5920x \equiv 160 \pmod{56m}$$

ammette soluzione ?

Soluzione: per gli  $m$  che non sono multipli né di  $5^2$  né di 37.

**Esercizio 4**

In una gelateria ci sono 10 gusti di gelato con cioccolato, 10 gusti di gelato alla crema e 10 gusti di gelato alla frutta.

a) Quanti diversi coni con quattro gusti si possono preparare ?

Soluzione:  $\binom{30}{4}$ .

c) Quanti coni con quattro gusti non tutti dello stesso tipo si possono preparare ?

Soluzione:  $\binom{30}{4} - 3\binom{10}{4}$ . Dal totale tolgo quelli in cui i quattro gusti scelti sono tutti dello stesso tipo. (Il coefficiente 3 si spiega con il fatto che ci sono 3 modi di scegliere il tipo.)

b) Quanti diversi coni con quattro gusti di cui almeno uno di crema, almeno uno di cioccolato e almeno uno di frutta si possono preparare ?

Soluzione:  $3 \cdot 10^2 \cdot \binom{10}{2}$ .

Nota: Ci sono anche altri modi di presentare la soluzione. Per controllare che la vostra soluzione coincida con la nostra svolgete i calcoli.